



저작자표시-비영리 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.
- 이차적 저작물을 작성할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

博士學位 請求論文
指導教授 李 恒 碩

개인연금, 공적연금과 주택연금에
장수리스크와 상관성을 고려한
연생모형 연구

成均館大學校 一般大學院

數學科

應用數學 專攻

白 惠 妍

博士學位請求論文

개인연금, 공적연금과 주택연금에 장수리스크와
상관성을 고려한 연생모형 연구

2
0
1
3

白
惠
妍

博士學位 請求論文
指導教授 李 恒 碩

개인연금, 공적연금과 주택연금에
장수리스크와 상관성을 고려한
연생모형 연구

Mortality Risk and Dependency in Private Annuities,
Public Pension Plans and Reverse Mortgages

成均館大學校 一般大學院

數學科

應用數學 專攻

白 惠 妍

博士學位 請求論文
指導教授 李 恒 碩

개인연금, 공적연금과 주택연금에
장수리스크와 상관성을 고려한
연생모형 연구

Mortality Risk and Dependency in Private Annuities,
Public Pension Plans and Reverse Mortgages

이 論文을 理學 博士學位請求論文으로 提出합니다.

2013 年 10 月 日

成均館大學校 一般大學院

數學科

應用數學 專攻

白 惠 妍

이 論文을 白惠妍의 理學
博士學位 論文으로 認定함

2013 年 12 月 日

審査委員長 洪 鍾善 (인)
審査委員 김진태 (인)
審査委員 고 방원 (인)
審査委員 서병태 (인)
審査委員 이항석 (인)

목 차

제1장 서 론	1
제1절 연구배경	1
제2절 선행연구 및 연구 방법론	3
1. Lee-Carter모형을 이용한 개인연금 선행연구 및 연구 방법론	3
2. 연생모형을 이용한 주택연금 선행연구 및 연구 방법론	5
3. 코플라 모형을 이용한 연생 보험 선행연구 및 연구 방법론	6
제2장 Lee-Carter모형과 연생모형을 이용한 개인연금	8
제1절 사망률 추정방법론	8
1. 사망률 추정방법론의 분류	8
2. 추세법을 이용한 모형	9
제2절 Lee-Carter 모형을 이용한 사망률 추정	13
1. 사망률 추정 과정	13
2. 사망률 추정 결과	18
제3절 추정 사망률을 이용한 보험계리적 분석	26
1. 평균여명 비교 분석	26
2. 보험 상품의 가치 평가	29
제4절 연구의 시사점 및 한계점	36
제3장 연생모형을 이용한 주택연금	38
제1절 연구목적	38
제2절 연생 모형(Multiple Life Models)	40
1. 연생에 대한 계리적 함수	40
2. 소수연령 독립 가정 하 완전평균여명의 일반 공식 유도	44

제3절 주택연금의 개념과 월지급금 산출방법	48
1. 주택연금의 특성	48
2. 주택연금의 계리모형	50
제4절 연생 모형을 이용한 주택연금 분석	55
제5절 연구의 시사점 및 한계점	63
제4장 Copula모형을 이용한 연생 보험	65
제1절 연구목적	65
제2절 국민연금의 유족연금을 이용한 상관분석	67
1. 상관계수 종류	67
2. 유족연금을 이용한 부부의 생존기간 상관분석	69
제3절 상관성을 고려한 코플라 모형	71
1. 코플라 함수의 정의	71
2. 생존 함수 추정 및 가우시안 코플라	73
3. 상관성을 반영한 두 생존 기간의 난수 발생	76
제4절 독립가정에서 연생 상품의 보험료 분석	82
1. 연생 생명보험의 보험료 산출 공식 및 산출 결과	82
2. 연생 생명연금의 보험료 산출 공식	85
제5절 종속가정에서 연생 보험의 보험료 분석	88
1. 종속 가정에서 의 값에 따른 보험료 비교	88
2. 가입 연령과 상관성 정도에 따른 보험료 분석	92
3. 상품별 상관성에 따른 보험료 변화	97
제5장 결 론	103
제1절 요약 및 시사점	103
제2절 향후 연구과제	105

그림 목차

[그림 I-1] overview diagram	7
[그림 II-1] graph of $a(x)$	20
[그림 II-2] graph of $b(x)$	21
[그림 II-3] graph of $k(t)$	22
[그림 II-4] the probability that (60) will die within t years from Year 2013 (LC Model)	29
[그림 II-5] ratios of APV(LC Model) to APV(Life Table) by age at inception: Life Annuities	34
[그림 II-6] ratios of APV(LC Model) to APV(Life Table) by age at inception: Life Insurances	34
[그림 II-7] actuarial present values of life annuities and life insurances	35
[그림 III-1] comparison of complete expectations of life for male, female and last-survivor status	47
[그림 III-2] comparison of complete expectations of life for female and last-survivor status by age difference	48
[그림 III-3] termination probabilities for female(aged 60) and last-survivor status($D=0$)	57
[그림 III-4] cumulative termination probabilities for female(aged 60) and last-survivor status($D=0$)	58
[그림 III-5] assumptions for reverse mortgage	59
[그림 III-6] comparison of principal limits for female and last-survivor status	62
[그림 III-7] comparison of principal limit factors for female and last-survivor	

status	62
[그림Ⅲ-8] comparison of annuity payments for female and last-survivor status	62
[그림Ⅳ-1] scattergram of X and Y	70
[그림Ⅳ-2] comparison between male and female's survival function	74
[그림Ⅳ-3] comparison of experience life table and estimated survival function	76
[그림Ⅳ-4] estimated quantile functions	77
[그림Ⅳ-5] patterns of correlated random vectors (T_x, T_y)	78
[그림Ⅳ-6] patterns of correlated random vectors $(T_{xy}, T_{\overline{xy}})$	80
[그림Ⅳ-7] premiums of multiple life by couple's age	85
[그림Ⅳ-8] premiums of multiple-life annuity by multiple-insured's age	87
[그림Ⅳ-9] ratio of life insurance by degree of correlation	89
[그림Ⅳ-10] ratio of life annuity by degree of correlation	91
[그림Ⅳ-11] premium of joint-life status's life insurance by multiple-insured's age and degree of correlation	92
[그림Ⅳ-12] premium of last-survivor status's life insurance by age and degree of correlation	93
[그림Ⅳ-13] premium of joint-life status's life annuity by age difference and degree of correlation	95
[그림Ⅳ-14] premium of last-survivor status's life annuity	96
[그림Ⅳ-15] product premium ratio by degree of correlation of and	98
[그림Ⅳ-16] cash flow and premium formula for Product 1	99
[그림Ⅳ-17] cash flow and premium formula for Product 2	100
[그림Ⅳ-18] cash flow and premium formula for Product 3	101

[그림 IV-19] degree of correlation of and by degree of correlation of and .. 102

표 목차

[표 II-1] life tables	19
[표 II-2] estimates of $\hat{a}(x)$	20
[표 II-3] estimates of $\hat{b}(x)$	21
[표 II-4] estimates of $\hat{k}(t)$	22
[표 II-5] comparison of estimates of $k(t)$ by formula and estimates of $k(t)$ by ARIMA	24
[표 II-6] mortality rates by LC model and Life Table	25
[표 II-7] complete-expectation-of-life	28
[표 II-8] actuarial present value and standard deviation of insurance product (benefit=1)	33
[표 III-1] complete expectation of life by using Life Table	46
[표 III-2] complete expectation of life for last-survivor status by using Life Table	46
[표 III-3] comparison of reverse mortgage and mortgage	49
[표 III-4] comparison of principal limits for female	60
[표 III-5] comparison of principal limits for last-survivor(D=0)	60
[표 III-6] comparison of principal limits for last-survivor(D=4)	60
[표 III-7] comparison of annuity payments for female	61
[표 III-8] comparison of annuity payments for last-survivor(D=0)	61
[표 III-9] comparison of annuity payments for last-survivor(D=4)	61
[표 IV-1] summary of data set(X: male's age at death, Y: female's age at death)	70

[丑IV-2] correlation coefficients of X and Y	71
[丑IV-3] estimated parameters of Gompertz distribution	75
[丑IV-4] mean and variance of and	80
[丑IV-5] ratio of life insurance by degree of correlation	89
[丑IV-6] linear regression result : insurance value ratio vs. coefficient of correlation	89
[丑IV-7] ratio of life annuity by degree of correlation	91
[丑IV-8] linear regression result : annuity value ratio vs. coefficient of correlation	91
[丑IV-9] premium of life insurance by multiple-insured's age and degree of correlation	93
[丑IV-10] premium of last-survivor status's life insurance by age and degree of correlation	94
[丑IV-11] premium of joint-life status's life annuity by age difference and degree of correlation	95
[丑IV-12] premium of last-survivor status's life annuity by age difference and degree of correlation	96
[丑IV-13] premium(P_ρ) and premium ratio($P_\rho/P_{\rho=0}$)	98
[丑IV-14] linear regression result : product premium ratio vs. coefficient of correlation	99

논문 요약

개인연금, 공적연금과 주택연금에 장수리스크와 상관성을 고려한 연생모형 연구

생활수준의 향상과 의료기술의 발달 및 사망률의 감소로 우리나라의 노인 인구의 구성비가 점차 늘어가고 있다. 본 논문은 인구 고령화에 따른 사망률 감소 추세를 반영하여 사망리스크를 헷징하기 위하여 Lee-Carter 모형을 이용하였다. LC 모형을 이용하여 추정한 사망률과 보험 실무에서 사용하고 있는 생명표의 사망률을 개인종신연금 및 종신보험, 그리고 연생 보험 상품의 보험수리적 현가를 계산하기 위해 적용하여 그 크기를 비교한다. 그리고 리스크 평가 및 보험료 산출에 도움이 되고자 보험수리적 현가에 대한 표준편차를 함께 산출하여 기존의 생명표를 사용하는 방식과 비교하여 분석하도록 한다. 본 논문을 통하여 현행 보험 실무에서 보험료를 계산하는 방식 대신 시간 경과에 따른 사망률 감소 추세를 반영하는 방법이 향후 준비금의 시가 평가와 손익분석 및 보험회사의 리스크 관리에 도움이 될 수 있을 것이라 본다. 또한, 이러한 사망률 개선 효과를 보험회사의 보험 리스크를 경감하기 위하여 부채포트폴리오의 구성 전략을 결정하는 과정에도 이용될 수 있다.

본 논문에서는 다양한 보험 상품들 중 연생 보험을 주로 이용하도록 한다. 이때 연생 보험의 보험료 및 준비금을 산출하기 위해 연생 모형을 사용하는데, 연생 모형이란 보험계약에서 두 명 또는 그 이상의 피보험자들의 사망 또는 생존의 상태에 따라 보험금을 지급하는 보험 상품의 보험료 결정 및 리스크 관리를 위한 모형이다. 연생 보험의 한 예로 부부 가입자 중 마지막 사망자가 발생할 때 까지 연금이 지급되는 주택연금을 살펴본다. 현행 주택연금 상품에 있어서 대출한도 및 월지

급금 산출은 연생 모형이 적용되지 않고 있으며, 우리나라의 경우에는 국민생명표상의 여자 사망률을 대출 종료 확률로 활용하고 있다. 여자의 사망률을 이용하는 이유는 보수적인 관점에서 대출 종료 시점을 예측하기 위해 일반적으로 남자보다 여자가 더 수명이 길다는 점 때문이다. 고령화로 인해 수명이 점점 길어지는 추세이기 때문에 주택연금과 같이 계약기간이 확정되어 있지 않은 보험 상품의 경우 특히 더 계약 종료 시점에 대한 확률분포가 리스크 관리를 위하여 중요하다. 따라서 본 연구의 의의는 주택연금 발행기관 및 보증기관의 적정한 월지급금 지급과 차후 월지급금의 과대지급으로 인한 지급 불능을 방지하기 위하여 현행 산출 모형을 연생 모형으로 변경할 필요성이 있음을 실증분석을 통하여 제시한다.

연생 보험의 한 종류로서 주택연금을 언급하였는데 이러한 연생 보험 상품의 경우 보험료를 산출하기 위해 보험금의 지급 시점을 나타내는 확률변수에 대한 생존 분포가 필요하다. 이 때, 부부의 생활환경이 비슷하기 때문에 두 사람의 생존 기간이 독립적이지 않을 수 있기 때문에 부부의 생존 기간에 대한 결합분포가 필요하다. 그러나 보험 실무에서 보험료를 계산할 때 계산상 편의로 가입자들의 생존 기간을 독립이라 가정하고 있다. 연생 보험의 가입자 대부분이 혈연관계이거나 동일 위험 집단에 속해 있기 때문에 그들의 생존 기간에 대하여 상관성을 고려하는 것이 더 타당할 수 있다. 본 연구에서는 가우시안 코폴라를 이용하여 생존 기간의 상관 관계를 반영한 이변수 확률분포를 만들고, 보험수리적 현가인 보험료를 계산한다. 코폴라를 이용하는 경우 기대값의 공식은 유도가 어렵기 때문에 그 대안으로 상관성이 있는 두 확률변수의 난수를 만들어 시뮬레이션을 통해 기대값을 산출한다. 그 결과를 바탕으로 연생 보험의 보험료 산출 시 가입자들의 생존 기간에 대하여 상관 관계를 반영한 산출 방법이 타당할 수 있음을 본 연구를 통해 논하고자 한다.

주제어 : Lee-Carter 모형, 사망리스크, 연생 보험, 코폴라, 비독립가정 보험료 산출.

제1장 서론

제1절 연구배경

생활수준의 향상과 의료기술의 발달 등으로 인하여 우리나라는 2026년에 초고령 사회 진입을 앞두고 있다. 기대수명의 급속한 증가에 따라 노후에 대한 소득과 지출에 대한 인식 또한 점점 더 사회적인 화두로 떠오르고 있다. 좀 더 안정적인 노후를 대비하기 위해 젊은 시절부터 준비가 필요하다는 인식이 확대되는 가운데 노후소득원으로서 국민연금, 퇴직연금과 함께 개인연금에 대한 관심 역시 확대되고 있다. 따라서 이러한 노후소득 보장의 수단이 되는 보험 상품들을 판매하고 관리하는 정부 및 보험사들에 내재된 장수리스크를 헷징할 수 있는 방안을 반드시 고려해야만 한다. 본 논문에서는 노후 소득 보장을 위해 개인이 가입할 수 있는 보험뿐만 아니라 특히 가족단위로 가입할 수 있는 보험 상품에 대하여 장수리스크를 헷징할 수 있는 산출 방법 및 그 결과를 살펴보고자 한다.

두 사람 이상 함께 가입하여 한 계약을 통해 보장받을 수 있는 보험을 연생 보험이라 하고, 연생 보험은 사보험 뿐만 아니라 공적보험에서도 존재하는 형태이다. 보험금 지급 조건이 가입자들 중 첫 번째 사망자 발생 시 또는 마지막 사망자 발생 시와 같이 가입자들의 생사(生死)가 조건부인 보험 상품을 연생 보험이라 한다. 대표적인 상품인 부부연금보험은 남편이 사망하면 그때부터 배우자에게 종신토록 연금액을 지급하는 연금이다. 또한 어린이를 대상으로 하여 교육자금을 마련하는데 있어 부모의 사망 시점에 보험금이 지급되는 연생교육보험이 있다. 또한, 가장 흔한 예로 주택연금을 들 수 있는데 주택연금의 경우 부부가 함께 가입하면 마지막 사망

자가 발생할 때까지 연금을 지급해 준다는 내용이 전제되어 있다. 그리고 국민연금의 유족연금 역시 국민연금 가입자가 사망한다는 조건이 유족연금의 개시 조건이 되는 연생 보험이라 할 수 있다. 이외에도 부부 또는 가족단위로 함께 가입할 수 있는 연생 보험의 종류는 매우 다양하지만, 본 논문에서는 대표적으로 주택연금과 부부연금보험에 대하여 장래에 기대수명의 증가로 인해 내재된 장수리스크를 헷징하기 위한 수단으로 보험상품의 보험료 산출 시 현행 방식의 계산 방법 대신 사망률 감소추세를 반영한 계산 방법에 대하여 살펴보고자 한다. 현재 보험 실무에서 연생 보험 상품 뿐만 아니라 일반적인 보험 상품의 가치를 계산하는데 있어 국민생명표 및 경험생명표의 사망률을 이용하여 산출하고 있다. 그러나 생명표 상의 위험률인 사망률은 점점 기대수명이 증가하는 추세, 즉 사망률 감소 추세를 반영하지 못하고 있다. 따라서 장래 사망률 추세를 반영하고자 Lee-Carter 모형을 이용하여 장래 사망률을 추정한 후 그 사망률을 보험료를 산출하는데 적용해 보고자 한다. 이와 같은 계산 과정은 부부 또는 가족뿐만 아니라 유사한 위험률을 갖고 있는 단체들이 가입할 수 있는 보험 상품의 가치 평가에 대하여도 본 논문의 연구 내용을 적용해 볼 수 있을 것이라 기대한다.

앞에서 설명한 연생 보험 상품은 일반 개인 보험 상품의 계산방법과는 다른 연생모형(multiple life model)을 적용하여 보험료 및 준비금을 산출한다. 연생모형이란 두 명 또는 그 이상의 피보험자(가입자)가 함께 가입한 한 계약에 대하여 보험료를 결정하고, 리스크를 관리하기 위한 모형이다. 현재 보험회사는 부부 또는 부모와 자녀를 동시에 고려한 연생상품을 판매하고 있다. 앞에서 이미 다양한 연생 보험 상품을 언급하였는데 이러한 연생 보험 상품의 가치를 평가하는 방법으로 현재 보험 실무에서는 계산의 편의성을 들어 연생보험에 가입한 가입자들 간의 생존기간을 독립이라 가정하고 있다. 그러나 실제로 보험에 함께 가입한 부부나 가족은 공통적인 생활환경을 공유하고 동일 위험 집단에 속해 있기 때문에 실무 방법 대신 그들의 생존기간에 대하여 상관성을 고려하여 보험 상품의 가치를 평가하는 것이 더 타

당할 수 있다. 상관성을 반영하기 위하여 본 논문에서는 가우시안 코폴라를 이용하여 생존기간의 상관관계를 반영한 이변수 확률분포를 만들고, 보험료를 계산해 보았다.

노후 보장을 위한 보험 가입이 증가됨에 따라 보험사들은 연금 지급을 위한 재원의 건전성을 확보하기 위해 장수리스크 또는 사망리스크를 사전적으로 예측하고 관리하는 전략을 미리 세워둘 필요가 있다. 앞에서 이미 언급한 것과 같이 기대수명의 증가에 따른 리스크를 헷징하기 위해 장래 사망률 개선효과를 분석하여 보험 상품에 합리적으로 반영하는 방안과 연생보험의 경우 함께 가입한 피보험자들의 생존기간 간에 독립 가정을 적용하기 보다는 상관성을 고려하는 방안은 보험 상품을 판매하거나 관리하는 정부 및 보험사, 그리고 구입하는 가입자들 모두에게 노후 소득 보장을 위한 재원을 좀 더 안정적으로 관리할 수 있는 대안이라 볼 수 있다.

제2절 선행연구 및 연구 방법론

1. Lee-Carter모형을 이용한 개인연금 선행연구 및 연구 방법론

노후 보장을 위한 보험 가입이 증가됨에 따라 보험사들은 연금 지급을 위한 재원의 건전성을 확보하기 위해 장수리스크 및 사망리스크를 사전적으로 예측하고 관리하는 전략을 미리 세워둘 필요가 있다. 기대수명의 증가에 따른 리스크를 헷징할 수 있는 방법 중 하나는 장래 사망률 개선효과를 분석하여 그것을 보험 상품에 합리적으로 반영하도록 하는 방법이다.

기존 선행연구를 살펴보면 성주호, 김양균 (2006)은 현행 퇴직연금사망률의 산출 체계를 검토하고 현행 퇴직연금사망률의 산출 메커니즘이 과거의 개선율 추세를 그대로 미래에 반영하는데 한계가 있음을 보였다. 이에 더불어 우리나라에 미국의 개

선할인율 모형인 Lee-Carter 모형을 적용시켜 현행 과거 지향적 접근법보다 연금사망률 예측에 더 바람직한 모형임을 보였다. 김석영 등 (2007)는 다양한 보수적 시나리오를 설정하여 개인종신연금보험에 내재된 장수리스크의 생존차 손익을 분석하였다. 또한, 개인연금사망률의 산출시점을 퇴직연금에서처럼 연금수령시점으로 조정하는 정책적 판단이 필요함을 주장하였다. 성주호 (2010)는 사망률의 변화 추세에 따른 사망리스크와 장수리스크에 대해 살펴보고, Lee-Carter 모형을 이용하여 일반사망률과 연금사망률에 대해 사망률의 변화 추세를 반영함으로써 한 상품 안에서 생존차손익이 0이 되도록 하는 사망보장 보험금과 생존보장 보험금의 비율을 설정할 수 있도록 하는 보험사의 내부 헷징 전략을 제시하였다.

기존 선행연구를 통해 검증된 Lee-Carter 모형에 선행연구와 차별되도록 1997년부터 2011년 까지 총 15개년도의 국민생명표 자료를 이용하여 사망률 개선효과를 추정하는 방법을 이용한다. 1997년 국민생명표는 85세 이상의 사망자 수 및 사망률을 합쳐서 보여주고 있으며, 1999년 국민생명표는 95세 이상의 사망자 수 및 사망률을 합쳐서 보여주고 있다. 따라서, 이 두 생명표는 각각 고펜르츠 분포에 적합시켜 85세에서 100세, 그리고 95세에서 100세까지의 사망률을 연장시켜 사용하였다. 또한, 1998년과 2000년의 국민생명표가 누락되어 있기 때문에 이 두 기간에 대한 생명표는 해당년도의 1년 전과 1년 후 자료의 기하평균으로 산출하여 사용하였다. 이렇게 총 15개년도의 국민생명표를 가지고 Lee-Carter 모형을 이용하여 장래 추정 사망률을 나타내는 코호트 생명표를 작성하였다. 그리고 현행 사용되고 있는 2011년 국민생명표와 코호트 생명표를 각각 이용한 종신연금과 종신보험 및 연생 보험상품의 보험수리적 현가를 비교 분석하였다. 이렇게 다양한 보험 상품의 보험수리적 현가를 비교한 것도 선행 연구와 차별성이 있다.

2. 연생모형을 이용한 주택연금 선행연구 및 연구 방법론

연생 연금의 대표적인 상품인 주택연금 상품은 만 60세 이상의 고령자가 소유주택을 담보로 거주하면서 일정액을 대출받지만 대출금을 다시 상환하지 않는 금융상품으로 부부 가입의 경우 연생 모형을 적용해야만 한다. 즉, 주택연금은 부부 가입자 중 마지막 사망자가 발생할 때까지 지급되는 최종 생존자 상태(last-survivor status)의 연생보험이라 할 수 있다. 그러나 현행 주택연금 상품에 있어서 대출한도 및 월지급금 산출 시 연생모형이 적용되지 않고 있기 때문에 본 연구를 통해 연생모형을 이용한 주택연금 산출 방법의 타당성을 제시하고자 한다.

기존의 주택연금 관련 선행연구에서 김갑태 (2006)는 당시 사용하고 있던 국민생명표가 아닌 생존율을 할증한 보험회사의 연금생명표를 이용하여 월지급금 산출 방법을 제안하였다. 이와 비교하여 마승렬 (2007)은 미국의 HECM(Home Equity Conversion Mortgage)의 경우엔 생명표 상의 여자의 사망률을 이용하여 대출 종료 확률 중 사망의 원인으로 인한 대응변수로 사용하고 있음을 제시하였다. 이후 장준욱 등 (2011)의 연구에서는 주택연금의 가치평가에 장수위험을 고려할 필요성을 주장하였다. 현재 우리나라의 주택연금도 국민생명표 상의 여자 사망률을 기초로 하여 대출 종료(연금지급종료)확률을 적용하고 있음을 알 수 있다. 여자의 사망률을 이용하는 이유는 일반적으로 남자보다 여자가 더 수명이 길기 때문에 이를 이용하여 월지급금(연금)액을 계산하고 있다.

따라서 주택연금에 연생모형 적용의 타당성 여부를 보이기 위해 대출이 종료되는 시점의 확률분포에 대해 살펴보고자 한다. 즉, 부부 가입의 경우를 가정하여 대출 종료 시점의 확률분포를 적용해서 주택연금의 주요 변수들에 연생모형을 적용하고자 한다. 또한 백혜연, 이항석 (2013)과 같이 LC 모형을 이용하여 추정한 사망률을 보험료 산출 시 적용하였을 경우와 생명표를 사용했을 경우 주택연금의 월지급금 등을 산출하여 비교해 보도록 한다.

3. 코플라 모형을 이용한 연생 보험 선행연구 및 연구 방법론

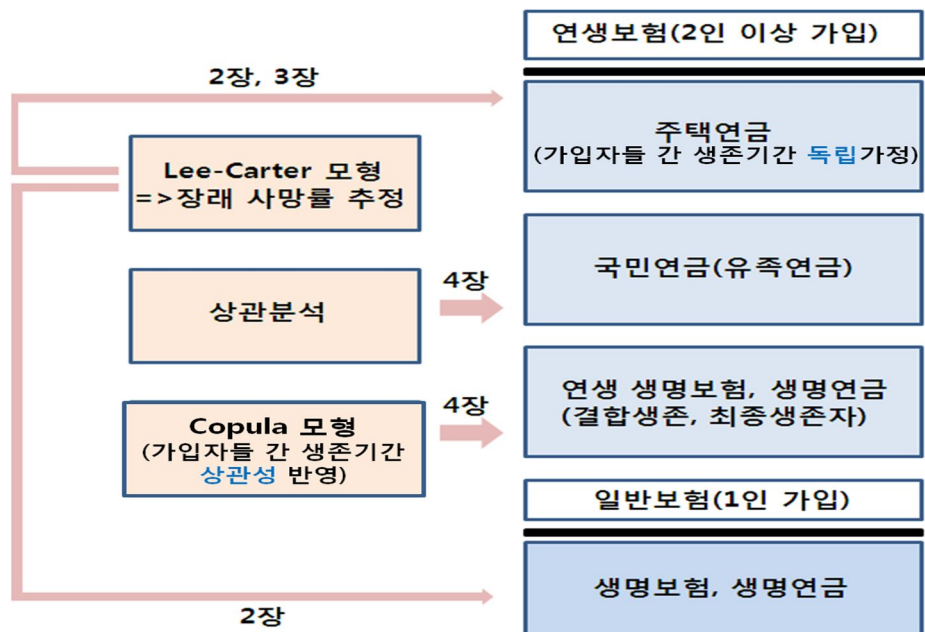
연생 보험에 가입하는 사람들은 생활환경이 비슷하여 생존기간에 대하여 상관관계가 있을 수 있기 때문에 가입자들의 생존기간에 대한 결합분포가 필요하다. 그럼에도 불구하고 보험 실무에서 연생 보험의 보험료를 계산할 때 계산 상의 편의를 위해 가입자들의 장래 생존기간을 독립이라 가정하고 있다. 그러나 연생 보험의 보험료 산출 시 가입자들의 생존기간 간에 상관관계를 반영하여 산출하는 것이 더 합리적인 가정이라는 것을 고찰하기 위해 코플라 모형을 이용하여 몬테칼로 시뮬레이션을 통해 상관성이 고려된 데이터를 가지고 연생보험 상품을 분석하였다.

Sklar (1973)가 제시한 코플라(copula)는 확률변수 간의 상관성을 부여하는 도구로서 다양한 분야에서 적용되었다. 외국의 경우 Frees 등 (1996)은 보험에서 연금의 가치 결정에 코플라를 적용하였으며, Li (2000)는 금융 분야에서 신용파생상품의 가격결정에 코플라를 사용하였다. 국내의 경우는 최창희 등 (2013)이 강수보험에서 강수의 패턴을 분석하고 강수보험의 가격결정을 위하여 코플라를 적용하였다. 하지만 연생 보험에 코플라를 적용한 국내 선행연구들이 드물기 때문에 본 연구의 분석 방법으로 코플라를 이용하였다. Frees 등 (1996)은 실제 부부 데이터에 코플라를 적용하여 분석하였는데, 그 결과 상관성을 나타내는 모수가 스피어만의 상관계수(Spearman's correlation coefficient)를 기준으로 0.49 정도의 상관성을 나타내는 것으로 밝혀졌다. 또한 백혜연, 한정림, 이항석 (2013)은 국민연금의 유족연금 데이터를 이용하여 부부의 생존기간의 상관성을 계산하였으며, 스피어만의 상관계수 값이 0.58 정도로 상관성이 존재한다는 것을 다시 한 번 확인할 수 있다.

Frees 등 (1996)과 Frees, Valdez (1998)는 주로 프랭크 코플라(frank copula)를 사용하였으나, 본 연구에서는 가우시안 코플라(Gaussian copula)를 사용하여 분석하였다. 가우시안 코플라를 사용한 이유는 Wang (1999)이 언급한 것처럼 오직 가우시안 코플라만이 임의의 공분산 행렬을 다룰 수 있게 해주며, 그러면서도 효율적인

계산과정을 유지할 수 있기 때문이다. 또한 가우시안 코폴라의 상관성을 나타내는 모수인 ρ 가 상관계수(coefficient of correlation)와 의미상으로 일치하기 때문에 이해가 쉽다는 이점도 있으며, 다변수로 확장이 용이하기 때문에 본 연구에서 상관성을 고려하기 위한 방법으로 사용한 것이다.

마지막으로 본 연구의 구성에 대하여 언급하면 다음과 같다. 제2장에서는 장수 리스크를 보험 상품의 가치 평가 시 고려하고자 Lee-Carter모형을 사용하여 장래 사망률을 추정하는 방법 및 그것을 이용한 보험료에 대해 살펴본다. 그리고 제3장에서는 연생 상품으로서 주택연금을 소개하고, 연생 모형과 Lee-Carter 모형을 주택 연금의 가치 평가 시 적용해 본다. 그리고 제4장에서는 연생 보험에 함께 가입한 가입자들의 생존기간 간에 상관성을 고려하여 보험료를 산출하여 비교 분석해 보도록 하고, 마지막으로 제5장에서는 전체적인 연구 결과에 대한 결론을 요약하고, 한계점에 대해 서술한 후 향후 연구 과제에 대하여 언급하도록 한다. 다음의 그림을 통해 앞으로 본문에서 살펴 볼 주제들을 다시 한 번 확인할 수 있다.



[그림 I -1] overview diagram

제2장 Lee-Carter모형과 연생모형을 이용한 개인연금

제1절 사망률 추정방법론

2장에서는 장수리스크를 고려한 보험의 계리적 산출 방법을 고찰해 보고자한다. 연구 결과는 민영보험 뿐만 공보험 등 어떠한 보험의 형태에도 적용할 수 있는 방법으로 기대수명의 증가에 따른 장수리스크를 헷징할 수 있는 수단으로 제안할 수 있다.

1. 사망률 추정방법론의 분류

영국 정부계리국(GAD, 2001)은 사망률 추정방법을 다음과 같이 체계적으로 3가지 유형으로 분류하고 있다. 프로세스에 기초한 방법(process-based method), 설명변수에 기초한 방법(explanatory-based method) 그리고 보외법(extrapolation method)이 그것이다. 방법론에 대한 추가 설명은 강중철 등 (2006)을 참고하라.

사망률 추정방법 중 보외법은 보험계리학 분야에서 개발되고 발전되어 온 접근 방법으로 과거의 사망률 추세를 미래에 적용하여 향후의 사망률 추세의 변화 및 진전을 추정하는 추세방법론(trend modelling methodology)이라 할 수 있다. 사망률에 영향을 미치는 요인들이 안정적이면 과거 추세를 장래에 적용하는데 큰 문제가 없고, 다양한 함수로 사망률 추세를 표현할 수 있기 때문에 대부분의 보험회사에서 가장 신뢰하며 채택하고 있는 방법론이다.

보외법은 추세의 적용방법에 따라 모수법(parametric method), 목표사망률법(targeting method), 추세법(trend method) 등으로 구분된다. 모수법은 과거의 사망

를 추세를 잘 반영하는 통계모형을 찾아내어 사망률을 추정하는 방법이며, 목표사망률법은 특정 미래 시점의 목표사망률을 정하여 보간법(interpolation)(직선 혹은 기하학적)으로 특정 미래 시점까지의 사망률을 추정하는 방법이다. 3장에서 사용한 방식은 추세법이며 이 방법은 과거의 사망률 변화 추세를 장래에도 그대로 적용하는 방법이기 때문에 각 연령별로 추세를 각각 적용할 수 있는 장점이 있지만, 연령층별 상호관련성이 무시되는 단점 또한 내재한다. 추세법은 또 세부적으로 추세율의 결정방법에 따라 지수모형(exponential model; 이하 EM모형이라 함), 일반화선형모형(generalized linear model; 이하 GLM모형이라 함), Lee-Carter 모형(이하 LC모형이라 함)등으로 나눌 수 있는데 본 연구에서 사망률 추정을 위하여 LC 모형을 사용하는 추세법을 따르기로 한다.

2. 추세법을 이용한 모형

가. 지수모형(exponential model; EM모형)

지수모형은 사망률은 점차 낮아지고 있고, 모든 인간은 사망한다는 사실에 기초한 사망률 추정 방법이다. 동 모형에 의한 사망률은 점차 개선되는 모습이나, 한계개선율(marginal mortality improvement)은 시간의 경과에 따라 점차 감소하는 형태를 나타낸다.

지수모형의 일반식은 다음과 같다.

$$q(x, t) = q(x, t_0) \cdot RF(x, t - t_0), t \geq t_0, \quad (2.1.1)$$

여기서 q 는 사망률, x 는 연령, t 는 추정년도, RF(reduction factor)는 사망률의 연간 개선율, t_0 는 기준년도 그리고 $q(x, t_0)$ 는 사망률 추정의 기준이 되는 기준사망률이다.

지수모형은 과거 경험 자료에 기초하여 추정하며, 다양한 지수함수로 정의된다. 기본 모형(classic mortality reduction factor model)은 과거 기준사망률 2개를 선정하여 연령별 사망률의 개선효과를 밑수로 설정하는 접근방법이다.

$$RF(x, t - t_0) = \left[\frac{q(x, b \text{ 년도})}{q(x, a \text{ 년도})} \right]^{\frac{t - t_0}{b - a}}, \quad b > a. \quad (2.1.2)$$

지수모형은 과거 두 시점의 사망률의 정보만 알면 추정할 수 있다는 용이성과 추정 과정이 간편하다는 장점이 있다. 그러나 지수모형의 경우, 과거 수년의 사망률 자료가 있지만 정작 개선을 산출과정에서는 특정 두 개 시점 자료만 사용하고 나머지는 사용하지 않아, 자료 활용도가 낮다는 단점이 내재한다. 사망률 추세가 안정되어 있는 경우는 큰 문제가 되지 않을 것이나, 산출에 사용되는 두 시점이 장기이거나 사망률 추세가 불안정한 경우 산출기준의 선택에 따라 사망률의 개선율은 큰 차이가 발생할 수 있다.

나. 일반화선형모형 (generalized linear model; GLM모형)

일반화선형모형의 기본적 접근 모형은 다음과 같다.

$$\ln q(x, t) = a(x) + b(x)t + \epsilon(t), \quad (2.1.3)$$

여기서 $q(x, t)$ 는 추정년도 t 에서의 x 세의 사망률, $a(x)$ 는 직선회귀모형(linear regression model)의 절편, $b(x)$ 는 직선회귀모형의 기울기, t 는 추정년도를 나타낸다. 위 식은 로그 변환한 사망률의 직선회귀모형이며, 사망률을 반드시 로그 변환하여야 하는 것은 아니며 변환 후의 사망률이 직선으로 표현될 수 있도록 적절한 연

결함수(link function)를 활용할 수 있다.

일반화선형모형은 자료 활용도가 낮은 지수모형의 단점을 보완한 사망률 추정모형이다. 즉, 더 많은 자료를 사용하여 개선율의 신뢰성을 제고하는 사망률 추정모형이다. GLM모형은 사망률의 적절한 변환을 통하여 변환된 사망률의 직선화에 기초한다. 따라서 변환된 사망률을 직선 회귀식(linear regression model)에 적합하면 기울기가 곧 사망률의 개선율이 된다. 즉, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ln \frac{q(x, t+1)}{q(x, t)} = b(x). \quad (2.1.4)$$

일반화선형모형은 자료의 활용도를 제고한다는 측면 외에 지수모형과 또 다른 중요한 차이는 개선율의 변동성에 대한 정보 제공이다. 지수모형에서의 개선율은 정해진 계산식에 의하여 산출되지만, GLM모형은 통계적 방법을 적용하므로 추정된 모수의 변동성 정보를 얻을 수 있다. 이를테면 추정된 연령별 개선율 $b(x)$ 의 유의수준별 신뢰구간을 알 수 있으며, 이를 기초로 유의수준의 시나리오에 따라 개선율을 선택적으로 적용할 수 있어 사망률 추정의 유연성을 제고할 수 있는 장점이 있다. 그러나 GLM모형에서 적용할 사망률의 개선율은 연령별로 구분 산출되나 시간경과에 따른 차별적 적용은 불가능하다는 단점이 있다.

다. Lee-Carter 모형 (LC모형)

Lee, Carter (1992)는 Lee-Carter method라는 사망률의 추세와 경향을 측정하는 새로운 방법을 제시하였다. 이는 특정한 연령의 사망률에 대한 인구통계학적 모형과 예측을 위한 통계학적 시계열 모형을 결합시킨 새로운 방법이다. 처음 미국 사망률 데이터(data)에 적용된 LC 모형은 2000년도에 캐나다, 일본, 영국에 도입되었

고, 2001년도에 오스트리아, 그리고 최근 프랑스, 독일, 이탈리아에 적용되었다.
LC모형의 기본모형은 다음과 같다.

$$\ln q(x, t) = a(x) + b(x)k(t) + \varepsilon(x, t), \quad (2.1.5)$$

여기서 $q(x, t)$ 는 연령 x 의 시간 t 에서 사망률을 나타내고, $a(x)$ 는 나이에 따른 일반적인 사망률 패턴을, $b(x)$ 는 각 연령에서 사망률이 변화하는 속도를 나타내는 상수 값이다. $k(t)$ 는 연령과는 관계없는 시간 변수로서, 시간에 따른 사망률 변화를 나타내는 지수이다. $\varepsilon(x, t)$ 는 평균이 0이고, 분산이 σ_ε^2 인 관측되지 않는 오차 값을 나타낸다.

사망률의 개선율은 시간이 경과함에 따라 그 값이 달라질 것이라는 것은 일반적으로 인식되는 사실이다. 그러나 앞서 살펴본 지수모형과 GLM모형에서 적용할 사망률의 개선율은 연령별로 구분되어 산출되지만, 시간경과에 따른 차별적 적용은 불가능한 모형이다. 이에 반해 Lee, Carter (1992)는 인구통계학적 모형과 시계열 모형을 결합하여, 연령과 시간적 요소를 반영한 일반 이선형 시계열추정모형 (generalized bilinear time-series forecasting model)인 LC 모형을 제안하였다. 대표적인 적용사례로는 LC 모형을 호주의 노령층 사망률 개선 예측 모형으로 적용한 경우와(Booth, Tickle (2003)) 스위스 국민 사망률 개선 예측 모형으로 적용한 경우이다(Brouhns 등 (2002)).

LC모형에서 $q(x, t)$ 는 연령별 사망률 형태를 표현하는데, 연령의 증가에 따라 점차 증가하는 모양으로 나타난다. 그리고 $\varepsilon(x, t)$ 는 연령별 추정 사망률의 편차를 나타낸다. 사망률 수준이 절대적으로 높은 고연령으로 갈수록 $\varepsilon(x, t)$ 는 점차 작아지는 특성을 가지고 있다. 마지막으로 기존 추세모형과 LC모형의 가장 큰 차이는 변수 $k(t)$ 에서 찾을 수 있다. 실제로 $k(t)$ 는 ARIMA(0,1,0)을 채택하는 경우가 가장 보편

적이다. $k(t)$ 는 시간에 따른 사망률 수준의 변화를 반영하는 변수이다. 과거보다는 현재, 현재보다는 미래의 사망률이 낮을 것이므로 $k(t)$ 는 시간의 경과에 따라 점차 낮아지는 형태를 보인다. 따라서 $k(t)$ 의 특성에 의해 특정연령층별 코호트 효과(cohort effect)가 존재하는 경우 적용상의 적합성이 떨어지는 문제점이 내재하므로 코호트 효과가 없거나 미약한 특정집단에 유용한 결과를 제공하는 것으로 평가되고 있다. 그러나 LC 모형은 과거의 사망률 패턴을 모형화하고 이를 바탕으로 사망률을 예측하기가 상대적으로 쉽고, 시계열 모형이라는 통계모형에 기초하므로 GLM모형과 마찬가지로 추정치의 변동성에 대한 정보를 제공하는 장점이 있다.

제2절 Lee-Carter 모형을 이용한 사망률 추정

1. 사망률 추정 과정

가. 사망률 개선 추정 모형의 개요

종신연금의 장수리스크가 발생하는 가장 큰 이유는 사망률이 예정한 것과 다르게 변화하기 때문이다. 사망률 산출 시점에 전망한 것보다 더 빨리 사망률이 개선되어 실제 적용시점에 예정 위험률보다 실제 위험률이 더 낮아져 연금 지급을 위한 재원이 충분하지 못할 가능성이 존재한다. 따라서 보험계약 종료 시점을 예측하는 수단으로서 사망률 추정 과정은 매우 중요한 작업이라 볼 수 있다. 이 절에서는 모형의 범용성, 우수성 등 선진국에서 널리 적용되고 있고 활용되고 있는 LC 모형에 우리나라 국민생명표(완전생명표, 1997년부터 2011년까지 15개년도 적용) 자료를 이용하여 사망률 개선효과를 추정하고자 한다.

사망률을 추정하기 위해 먼저 n 개년도의 연령(0 세 $\sim\omega-1$ 세, $q_w=1$)별 사망률 자료가 필요하다. 이러한 사망률을 다음과 같은 LC 모형에 적용해 보도록 한다.

$$\ln(q(x,t)) = a(x) + b(x)k(t), \quad (x = 0, 1, \dots, \omega-1, t = 1, 2, \dots, n). \quad (2.2.1)$$

추정모형으로서 아래의 식을 사용하며,

$$\ln(\hat{q}(x,t)) = \hat{a}(x) + \hat{b}(x)\hat{k}(t), \quad (x = 0, 1, \dots, \omega-1, t = 1, 2, \dots, n), \quad (2.2.2)$$

여기서 Lee-Carter 모형 추정을 위한 일반 유일해 제약식은

$$\sum_{x=0}^{\omega-1} b(x) = 1, \quad \sum_{t=1}^n k(t) = 0, \quad (2.2.3)$$

다음으로는 특이값분해(singular value decomposition, SVD)를 이용하여 각 성별의 로그사망률을 나이에 의존하는 모수들과 관측되지 않은 연도별 강도지수의 선형함수로 모형화한다. 마지막으로 추정된 $\hat{k}(t)$ 를 ARIMA모형으로 적합하여 최종적인 모형을 도출해낸다. 이러한 방법으로 2011년부터 LC 모형을 이용하여 장래 사망률을 최종적으로 추정하게 된다. 다음의 절에서는 이러한 과정 중 $\hat{a}(x)$ 와 $\hat{b}(x)$ 및 $\hat{k}(t)$ 를 계산하는 과정을 논의해 보도록 한다.

나. 행렬분해와 추정 알고리즘

1) 행렬 분해

LC 모형은 행렬로 나타낼 수 있으며, 그 모형은 $\log(Q) = A + BK + E$ 와 같다. 각 행렬에 대하여 소개해 보면 다음과 같다.

$$Q = \begin{pmatrix} q(0, 1) & q(0, 2) & \cdots & q(0, n-1) & q(0, n) \\ q(1, 1) & q(1, 2) & \cdots & q(1, n-1) & q(1, n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ q(\omega-1, 1) & q(\omega-1, 2) & \cdots & q(\omega-1, n-1) & q(\omega-1, n) \end{pmatrix}. \quad (2.2.4)$$

즉 Q 행렬은 우리가 알고 있는 n 개년도의 연령(0세 $\sim \omega-1$ 세, $q_w = 1$)별 사망률을 $\omega \times n$ 행렬로 나타낸 것이다.

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & \cdots & n \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} a(0) & a(0) & \cdots & a(0) \\ a(1) & a(1) & \cdots & a(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a(\omega-1) & a(\omega-1) & \cdots & a(\omega-1) \end{pmatrix} \end{matrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} b(0) \\ b(1) \\ \vdots \\ b(\omega-1) \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} k(1) \\ k(2) \\ \vdots \\ k(n) \end{pmatrix}^T, \quad (2.2.5)$$

$$E = \begin{pmatrix} \epsilon(0, 1) & \epsilon(0, 2) & \cdots & \epsilon(0, n-1) & \epsilon(0, n) \\ \epsilon(1, 1) & \epsilon(1, 2) & \cdots & \epsilon(1, n-1) & \epsilon(1, n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \epsilon(\omega-1, 1) & \epsilon(\omega-1, 2) & \cdots & \epsilon(\omega-1, n-1) & \epsilon(\omega-1, n) \end{pmatrix}.$$

위의 식을 만족하는 모수 값들이 유일한 해가 되도록 두 가지의 제약을 부여한다.

$$\sum_{x=0}^{\omega-1} b(x) = 1, \sum_{t=1}^n k(t) = 0. \quad (2.2.6)$$

2) $a(x)$ 의 추정치 산출

이 제약조건 하에서 모수 추정은 다음과 같이 한다. $a(x)$ 의 모수 추정치는 $\hat{a}(x)$ 로 표시하였다.

$$\hat{a}(x) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \log(q(x, t)) = \frac{1}{n} \log \prod_{t=1}^n q(x, t), \quad x = 0, 1, 2, \dots, \omega-1. \quad (2.2.7)$$

즉 $\hat{a}(x)$ 는 연령별로 산출하여, 상기 식 중 행렬A의 원소가 된다.

3) 행렬 Z의 SVD분해

위의 $\hat{a}(x)$ 에 의해 $z(x, t)$ 는

$$z(x, t) = \log(q(x, t)) - \hat{a}(x) \quad (2.2.8)$$

이고, 위의 $z(x, t)$ 값으로 행렬 Z 를 나타내면 다음과 같다.

$$Z = \begin{pmatrix} z(0, 1) & z(0, 2) & \cdots & z(0, n-1) & z(0, n) \\ z(1, 1) & z(1, 2) & \cdots & z(1, n-1) & z(1, n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ z(\omega-1, 1) & z(\omega-1, 2) & \cdots & z(\omega-1, n-1) & z(\omega-1, n) \end{pmatrix}. \quad (2.3.9)$$

즉 행렬 $Z = \log(Q) - A$ 이며, 행렬 Z 에 대한 SVD분해를 통하여,

$$Z = UDV^T \quad (2.2.10)$$

를 얻게 되고, U 는 ZZ^T (Z^T 는 행렬 Z 의 전치행렬)의 고유벡터를 열벡터로 가지는 행렬이고, V 는 Z^TZ 의 고유벡터를 열벡터로 가지는 행렬이다. 따라서 U 와 V 는 각각 나이효과벡터와 시간효과벡터에 해당하는 직교행렬이 된다. 또한, D 는 ZZ^T 혹은 Z^TZ 의 고유치의 양의 제곱근을 주대각선의 값으로 가지는 대각행렬이다. 그리고 행렬 Z 의 원소 $Z(x, t)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Z(x, t) = \sum_{i=1}^n u_i(x) \lambda_i v_i(t), \quad (2.2.11)$$

여기서 λ_i 는 대각행렬 D 의 i 번째 값이고, $u_i(x)$ 는 직교행렬 U 의 i 번째 벡터의 x 번째 원소이고, $v_i(t)$ 는 직교행렬 V 의 i 번째 벡터의 t 번째 원소가 된다.

4) $b(x), k(t)$ 의 추정치 산출

Lee, Carter (1992)는 모수 추정을 위해서 $\max(\lambda_i)$ 인 λ_1 만을 사용하였다. 그러므로 식을 다음과 같이 다시 표현할 수 있다.

$$Z(x, t) = u_1(x)\lambda_1 v_1(t) + \sum_{i=2}^n u_i(x)\lambda_i v_i(t) = b(x)k(t) + \epsilon(x, t). \quad (2.2.12)$$

위의 식에서 $\epsilon(x, t)$ 를 제거한 값은 다음과 같은 관계식을 갖게 된다.

$$Z(x, t) \approx u_1(x)\lambda_1 v_1(t) = b(x)k(t). \quad (2.2.13)$$

따라서 사망률의 연도별 개선효과를 나타내는 추정값을 산출한다. 즉, 추정값 $\hat{a}(x)$ 와 $\hat{b}(x)$ 및 $\hat{k}(t)$ 를 계산한다.

2. 사망률 추정 결과

가. 추정에 사용할 사망률

우리나라의 국민사망률 경험통계(완전생명표) 1997년~2011년(통계청, 13개년도 자료)의 각 세별 자료를 분석 자료로 설정한다. 그런데, 이 자료는 1998년과 2000년도의 자료가 누락되어 있으므로, 1998년과 2000년의 사망률은 해당년도의 1년 전, 1년 후 자료의 기하평균으로 산출하였다. 그리고 1997년의 85세 이상 사망률과, 1999년의 95세 이상 사망률이 100%로 나타나 있어 다른 연도 생명표의 사망률에 비해 급격하게 고연령에서 사망률이 증가하는 경향을 감소시키고자 콤포르츠 분포에 적

합시켜 각각 85세와 95세 이상의 사망률을 새롭게 구하여 LC 모델을 적용하도록 하였다. 그러므로 여기서 사용할 $q(x, t)$ 는 $x = 0, 1, \dots, 99$, $t = 1, 2, \dots, 15$ 인 값들이다. 다음은 <표 2-1>을 이용하여 $\hat{a}(x)$, $\hat{b}(x)$, $\hat{k}(t)$ 추정하였고, 그 결과를 <표 2-2>~<표 2-4>까지 나타내 보았다.

[표 II-1] life tables

age	male			female		
	year 1997	year 2008	year 2009	year 1997	year 2008	year 2009
0	0.00741	0.00397	0.00374	0.00689	0.00365	0.00339
5	0.00045	0.00016	0.00016	0.00033	0.00014	0.00012
10	0.00030	0.00012	0.00014	0.00020	0.00008	0.00009
15	0.00062	0.00026	0.00027	0.00035	0.00017	0.00017
20	0.00111	0.00047	0.00048	0.00049	0.00028	0.00030
25	0.00128	0.00070	0.00070	0.00054	0.00047	0.00051
30	0.00158	0.00073	0.00088	0.00067	0.00052	0.00059
35	0.00212	0.00111	0.00110	0.00089	0.00061	0.00067
40	0.00350	0.00176	0.00181	0.00126	0.00085	0.00085
45	0.00552	0.00298	0.00290	0.00182	0.00118	0.00115
50	0.00759	0.00463	0.00466	0.00265	0.00168	0.00163
55	0.01113	0.00689	0.00666	0.00393	0.00234	0.00228
60	0.01814	0.00990	0.00951	0.00659	0.00359	0.00341
65	0.02707	0.01543	0.01466	0.01154	0.00580	0.00555
70	0.04313	0.02606	0.02438	0.02082	0.01081	0.01030
75	0.06603	0.04338	0.04074	0.03750	0.02111	0.02027
80	0.10200	0.07617	0.07126	0.06513	0.04288	0.03971
85	0.14621	0.12370	0.11710	0.10698	0.08270	0.07639
90	0.21524	0.18774	0.17808	0.17710	0.14149	0.13148
95	0.31041	0.26074	0.25074	0.28526	0.21819	0.20465
99	0.40737	0.31814	0.31193	0.40485	0.28635	0.27122

Data source: Statistics Korea(<http://kostat.go.kr/>)

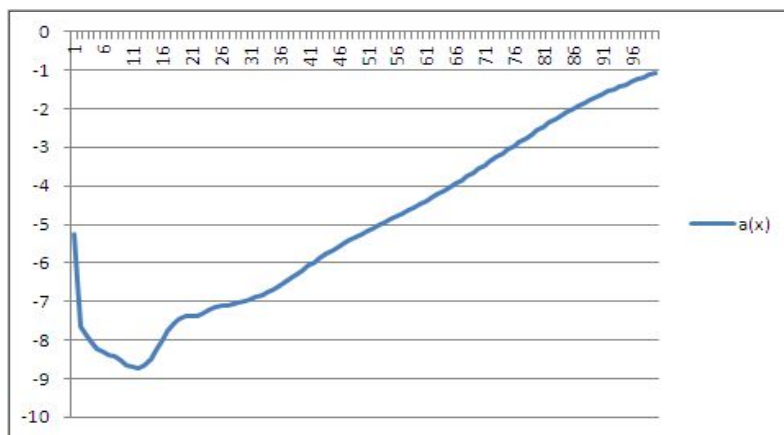
나. $\hat{a}(x)$ 산출

$\hat{a}(x)$ 는 아래의 식에 의해서 산출하였고, 그 결과는 <표 2-2>와 같다.

$$\hat{a}(x) = \frac{1}{13} \sum_{t=1}^{13} \log(q(x, t)) = \frac{1}{13} \log \prod_{t=1}^{13} q(x, t), \quad x = 0, 1, 2, \dots, 99, 100. \quad (2.2.14)$$

[표 II-2] estimates of $\hat{a}(x)$

age	$\hat{a}(x)$ for male	age	$\hat{a}(x)$ for male	age	$\hat{a}(x)$ for male
0	-5.26977	35	-6.58747	70	-3.45557
5	-8.31537	40	-6.08005	75	-2.96527
10	-8.71347	45	-5.58285	80	-2.46474
15	-7.99853	50	-5.16194	85	-2.01137
20	-7.39583	55	-4.79181	90	-1.62435
25	-7.12702	60	-4.38591	95	-1.29339
30	-6.93942	65	-3.94753	99	-1.07587



[그림 II-1] graph of $a(x)$

LC 모형을 통한 $a(x)$ 를 추정한 결과, $a(x)$ 는 고연령으로 갈수록 증가함을 알 수 있었다. Z 의 특이값 분해를 통해서, 구한 행렬 U 의 첫 번째 열벡터 값이 $\hat{b}(x)$ 이고, 행렬 D 의 (1,1)원소를 행렬 V 의 첫 번째 열벡터에 곱한 값을 $\hat{k}(t)$ 로 산출하였다. 그 결과는 다음의 <표 2-3>, <표 2-4>와 같다.

[표 II-3] estimates of $\hat{b}(x)$

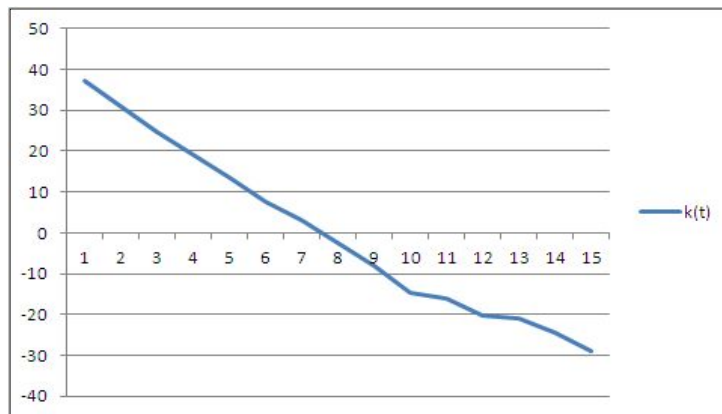
age	$\hat{b}(x)$ for male	age	$\hat{b}(x)$ for male	age	$\hat{b}(x)$ for male
0	0.010761	35	0.01184	70	0.009577
5	0.019587	40	0.012238	75	0.008321
10	0.014612	45	0.011066	80	0.006407
15	0.013188	50	0.009252	85	0.00431
20	0.013297	55	0.009389	90	0.003287
25	0.009926	60	0.011227	95	0.003817
30	0.009833	65	0.011047	99	0.004942



[그림 II-2] graph of $b(x)$

[표 II-4] estimates of $\hat{k}(t)$

t	$\hat{k}(t)$ for male	t	$\hat{k}(t)$ for male
1(1997)	37.06494	9(2005)	-7.897873
2(1998)	30.86485	10(2006)	-14.81004
3(1999)	24.66475	11(2007)	-16.16047
4(2000)	19.05747	12(2008)	-20.15609
5(2001)	13.45018	13(2009)	-20.8373
6(2002)	7.555531	14(2010)	-24.5839
7(2003)	3.092771	15(2011)	-28.87936
8(2004)	-2.425468		



[그림 II-3] graph of $k(t)$

$\hat{b}(x)$, $\hat{k}(t)$ 을 산출한 결과, $\hat{b}(x)$ 와 $\hat{k}(t)$ 는 각각 연령의 증가와 시간의 결과에 따라 점차 감소함을 알 수 있었다.

다. ARIMA 모형 도입

위에서 산출한 $\hat{k}(t)$ 를 통계적 유의수준 95%에서 Box-Jenkins 시계열 모형 중,

ARIMA(0, 1, 0)에 의해 최종적인 $k(t)$ 의 추정 값을 유의하게 산출하였다. $\hat{k}(t)$ 에 대한 추정 시계열 모형은 경험통계의 적용 범위에 따라 다르게 규정하는데 Lee, Carter (1992)는 ARIMA(0,1,0) 또는 ARIMA(1,0,0) 모형이 적합한 것으로 분석하였고, 성주호, 김상만 (2007)은 ARIMA(1,0,1)이 적합한 것으로 분석하는 등 다양한 모형이 거론되고 있으며, 앞으로 추가적인 연구가 필요하다. 본 연구에서는 Lee, Carter (1992)에서 유의하다고 제시한 ARIMA(0, 1, 0)와 비교하여 좀 더 적합한 모형을 사용하도록 하였다. 이때 예측 개선정도가 통계적으로 유의성이 있는지를 검정하기 위해 Diebold-Mariano Test를 하였다. 남자의 경우 DM 통계량이 4.494, loss function power=2, p-value=0.000505로 ARIMA(1,2,0)이 ARIMA(0,1,0)보다 정확한 예측을 하는 것으로 나타났고, 여자의 경우 DM 통계량이 6.2559, loss function power=2, p-value=0.000021로 ARIMA(1,1,0)이 ARIMA(0,1,0)보다 정확한 예측을 하는 것으로 나타났다. 아래의 <표 2-5>는 각각의 ARIMA 모형을 이용한 $k(t)$ 값이다. 시계열분석에 대한 자세한 논의는 Hamilton (1994)를 참조하라.

<표 2-5>의 신뢰구간을 이용하여 <표 2-4>에 가설검정을 한 결과, <표 2-5>의 오른쪽 마지막 열에서 확인할 수 있듯이 2006, 2008, 2009년도를 제외하고 유의한 차이가 없는 것으로 나타나고 있다. 따라서 다음 절에서는 추정한 $\hat{a}(x), \hat{b}(x), \hat{k}(t)$ 를 이용하여 2011년 국민생명표를 기준으로 장래에 사망률 감소추세를 반영해 보도록 한다.

[표 II-5] comparison of estimates of $k(t)$ by formula and estimates of $k(t)$ by ARIMA

year	표 2.5			표 2.4		Hypothesis Test(표 2.4)
	estimate of $k(t)$	standard error	lower bound	upper bound		
1997	37.048364				37.06494	
1998	30.928441	0.1964	27.85533	33.08592	30.86485	accept
1999	24.664845	0.1964	22.348277	26.93592	24.66475	accept
2000	18.464656	0.1964	16.69212	20.66136	19.05747	accept
2001	13.086817	0.1964	11.035235	14.45059	13.45018	accept
2002	7.842896	0.1964	6.142731	9.157256	7.555531	accept
2003	1.837021	0.1964	1.295869	4.01565	3.092771	accept
2004	-2.247675	0.1964	-4.336935	-1.79136	-2.425468	accept
2005	-7.296744	0.1964	-8.22689	-5.68182	-7.897873	accept
2006	-13.398372	0.1964	-13.101799	-10.4242	-14.81004	reject
2007	-20.839695	0.1964	-19.076716	-16.0715	-16.16047	accept
2008	-20.920005	0.1964	-26.451442	-22.8708	-20.15609	reject
2009	-22.530322	0.1964	-26.531416	-22.9438	-20.8373	reject
2010	-23.550101	0.1964	-28.136372	-24.4061	-24.5839	accept
2011	-26.451548	0.1964	-29.154025	-25.3309	-28.87936	accept

라. 최종 사망률 추정

LC 모형을 이용하여 추정된 사망률을 2011년 국민생명표의 사망률과 함께 비교해보면 다음과 같다. <표 2-6>에서 세 번째, 다섯 번째 열에 있는 값들은 2011년에 45세 이었던 사람에 대하여 2016년에 50세 확률, 2021년에 55세 확률 등을 나타내는 코호트 생명표로부터 가져온 결과이다. 이 표에서 확인할 수 있듯이 LC 모형을

이용한 사망률이 현재 평가 시점인 2011년 이후로 생명표 상의 사망률 보다 점점 낮아지는 경향이 있다. 다음 절에서는 <표 2-6>의 사망률들을 이용하여 보험수리적 현가를 계산하는데 활용해 보고 비교분석해 보도록 한다.

[표 II-6] mortality rates by LC model and Life Table

age	male		female	
	Life Table (Year 2011)	estimated mortality of age 45 by LC model(from Year 2011)	Life Table (Year 2011)	estimated mortality of age 45 by LC model(from Year 2011)
45	0.00267	0.00267	0.0011	0.0011
50	0.00435	0.003604	0.00156	0.001272
55	0.00622	0.004241	0.00206	0.00126
60	0.00903	0.004541	0.00315	0.00138
65	0.01295	0.005254	0.00509	0.001527
70	0.02300	0.008651	0.00921	0.002001
75	0.03910	0.014105	0.01804	0.003353
80	0.06670	0.02669	0.03715	0.007783
85	0.11579	0.057259	0.07341	0.021016
90	0.18005	0.098398	0.12918	0.042
95	0.25684	0.117775	0.20356	0.05053
99	0.32071	0.107806	0.27051	0.048005

제3절 추정 사망률을 이용한 보험계리적 분석

1. 평균여명 비교 분석

앞 절에서 LC 모델을 사용하여 추정한 사망률로 부터 평균여명을 산출해 본 뒤 국민생명표의 사망률로 산출한 평균여명과 비교해 보도록 한다. 평균여명을 계산하기 위한 방법은 Bowers 등 (1997)을 참고하여 다음과 같이 나타낼 수 있다. 먼저 현재 (x) 세의 개산잔존생존기간 확률변수 $K(x)$ 를 이용한 피보험자의 개산평균여명은 식 (2.3.1)을 이용하여 산출한다.

$$\begin{aligned} E[K(x)] = e_x &= \sum_{k=0}^{\infty} k \times {}_k|q_x = \sum_{k=0}^{\infty} k \times ({}_{k+1}q_x - {}_kq_x) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} k \times ({}_k p_x - {}_{k+1}p_x) = \sum_{k=1}^{\infty} {}_k p_x, \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

여기서 ${}_k p_x$ 는 (x) 세 피보험자가 k 년 동안 생존할 확률을 의미하고, ${}_k q_x$ 는 (x) 세 피보험자가 k 년 안에 사망할 확률을 의미하며, ${}_k|q_x({}_{k+1}q_x)$ 는 (x) 세 피보험자가 $(x+k)$ 세에 도달한 후 $(x+k+1)$ 세 되기 전에 사망할 확률을 의미한다. 확률변수 $T(x)$ 을 이용한 피보험자의 완전평균여명은 식 (2.3.2)를 이용해야하지만, 단수 연령에 대해 UDD(uniform distribution of deaths) 가정(식 (2.3.4))을 식 (2.3.2)에 적용하여 완전평균여명의 근삿값을 산출하도록 한다.

$$E[T(x)] = \dot{e}_x = \int_0^{\infty} t \times f_{T(x)}(t) dt = \int_0^{\infty} {}_t p_x dt. \quad (2.3.2)$$

따라서 단수 연령 확률변수 S 가 균등분포(uniform distribution)를 따른다는 UDD가정을 이용하여 완전 평균여명의 근사값을 식 (2.3.3)과 같이 산출하도록 한다.

$$\dot{e}_x = E[T(x)] = E[K(x) + S] = E[K(x)] + E[S] = e_x + \frac{1}{2}, \quad (2.3.3)$$

$$\text{UDD 가정: } f(s) = 1, 0 < s < 1, {}_s q_x = s \times {}_1 q_x, 0 < s < 1. \quad (2.3.4)$$

두 명의 피보험자 중 첫 번째 사망이 발생할 때까지 걸리는 시간 확률변수(결합생존상태)와 마지막 사망이 발생할 때까지 걸리는 시간 확률변수(최종생존자상태)의 평균을 각각 결합생존상태의 평균여명과 최종생존자상태의 평균여명이라 한다. 잔존생존기간 확률변수 $T(xy), T(\overline{xy})$ 와 $K(xy), K(\overline{xy})$ 을 이용한 완전평균여명 및 개산평균여명에 대하여도 식 (2.3.1)~(2.3.3)에서 유도한 방법과 유사하게 산출하면 된다. 단, 확률변수 $K(xy), K(\overline{xy})$ 를 이용하여 $T(xy), T(\overline{xy})$ 의 평균의 근사치를 산출할 경우 각각의 피보험자에 대하여 UDD가정을 적용하고, 동시에 두 피보험자의 잔존생존기간 확률변수들이 독립이라 가정해 보고자 한다.

평균여명을 LC 모형으로부터 추정한 사망률과 생명표의 사망률을 각각 사용하여 산출한 결과 <표 2-7>과 같은 값을 얻었다. <표 2-7>에서 LC 모형의 결과는 2023년에 x 세에 대하여 일반 생명표에서 사망률을 읽어오는 대신 2024년에 $x+1$ 세의 사망률, 2025년에 $x+2$ 세의 사망률 등을 이용하여 산출한 평균여명이다. 그리고 <표 2-7>에서 결합생존과 최종생존자 상태에 대한 평균여명은 동일 연령($D=0$, $D=\text{남편 나이}-\text{부인 나이}$)을 가정하여 계산하였다. <표 2-7>에서도 확인할 수 있듯이, 사망률 감소 추세를 반영한 LC 모형의 추정 사망률로부터 구한 기대여명이 개인이든, 연생이든지 항상 생명표의 사망률만 참고하여 산출하였을 때 보다 큰 값을 갖는다. 따라서 수명의 증가를 보험 상품의 가치 평가 시 반영하여야 종신연금의 경우엔 연금지급을 위한 재원의 고갈을 막을 수 있으며, 종신보험의 경우엔 좀 더 낮은 보험료

로 상품을 판매할 수 있다.

[표 II-7] complete-expectation-of-life

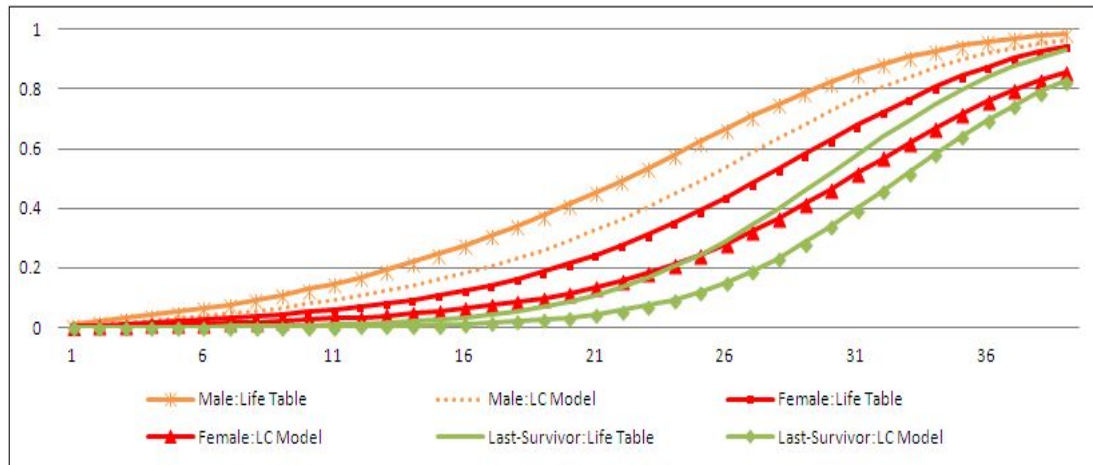
complete-expectation-of-life(UDD assumed)								
age	(x):male		(y):female		Joint-Life		Last-Survivor	
	Life Table (Year2011)	LC Model (Year2023)	Life Table (Year2011)	LC Model (Year2023)	Life Table (Year2011)	LC Model (Year2023)	Life Table (Year2011)	LC Model (Year2023)
40	38.9	42.5	45.3	48.9	35.5	39.5	48.7	55.7
45	34.3	37.7	40.5	44.0	31.0	34.8	43.8	50.7
50	29.8	33.1	35.7	39.2	26.7	30.3	38.9	45.7
55	25.5	28.6	31.0	34.4	22.5	25.9	34.0	40.7
60	21.4	24.2	26.4	29.6	18.5	21.6	29.2	35.8
65	17.4	19.8	21.8	24.9	14.7	17.3	24.5	30.8
70	13.7	15.7	17.4	20.2	11.1	13.4	20.0	25.9

다음의 <그림 2-4>는 60세 피보험자에 대하여 앞으로 t년 안에 사망할 확률을 비교한 것이다.

$$\Pr[T(60) \leq t] = {}_tq_{60}. \quad (2.3.5)$$

즉 55세는 앞으로 t년 안에 사망한다 가정하여 구한 값으로서 <표 2-7>에서 확인한 결과와 동일하게 LC 모형으로부터 추정된 사망률을 사용했을 경우에 더 낮은 값이 발생하였다. <그림 2-4>으로부터 확인할 수 있는 또 한 가지는 최종생존자상태에 대한 연생종신연금에 대하여 고려할 시 피보험자 두 명 중 저연령의 사망률만을 사용해서 계약 종료 시점을 예측하는 것 보다 최종생존자 연생 개념으로 사망률을 고려하는 것이 훨씬 더 보수적으로 계약 종료 시점을 예측할 수 있다는 것이다. 더불어 사망률 감소 추세까지 반영한 추정사망률을 사용할 경우 보험사 입장에서 종신

연금 상품 포트폴리오에 대한 분산불능 리스크(non-diversifiable risk)를 관리할 수 있는 방법으로 고려해 볼 수 있다.



[그림 II-4] the probability that (60) will die within t years from Year 2023 (LC Model)

2. 보험 상품의 가치 평가

이 절에서는 간단한 가정을 통하여 보험 상품의 가치를 비교 분석해 본다. 우선, 피보험자 한 명이 가입 가능한 종신연금과 종신보험을 고려해 보고, 그 다음에는 함께 가입한 두 피보험자 중 첫 번째 사망자 발생 시 사망연도 말에 보험금 지급 후 계약이 종료되는 결합생존 상태(joint-life status)의 종신보험과 두 피보험자가 모두 생존해 있는 동안 매년 초마다 연금을 지급받는 종신연금에 대하여 살펴본다. 마지막으로 두 번째 사망자 발생 시 사망연도 말에 보험금 지급하고 종료되는 최중생존자 상태(last-survivor status)의 종신보험과 두 피보험자 중 적어도 한 명이 생존해 있는 동안 매년 초마다 연금을 지급받는 종신연금에 대하여 살펴보도록 한

다. 종신보험과 종신연금 모두 1원을 지급 한다 가정하였고, 사업비를 고려하지 않고 예정이자율을 4%로 가정하였다.

<표 2-8>과 <그림 2-5>는 다음에 있는 식 (2.3.6)~(2.3.13)을 사용하여 구한 것이다. 피보험자의 가입 연령이 (x)세 일 경우 가입 시점에서 평가한 종신보험의 보험수리적 현가(Actuarial Present Value), A_x 를 구하는 식은 다음과 같다. 보험수리적 현가란 보험금 또는 연금의 현가에 대한 평균을 의미하며, 사망보험금 1원을 사망이 발생한 연도 말에 지급한다고 가정한다.

$$A_x = E[v^{K(x)+1}] = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} v^{k+1} \times {}_k|q_x = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} v^{k+1} \times ({}_{k+1}q_x - {}_kq_x), \quad (2.3.6)$$

$$v = \frac{1}{1+i}, \quad i: \text{실 이자율}, \quad \omega: \text{생존자 수가 0인 한계연령},$$

그리고 종신보험의 보험금 현가에 대한 분산은 다음과 같다.

$$Var[v^{K(x)+1}] = {}^2A_x - A_x^2 = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} (v^{k+1})^2 \times {}_k|q_x - \left(\sum_{k=0}^{\omega-x-1} v^{k+1} \times {}_k|q_x \right)^2. \quad (2.3.7)$$

결합생존 상태의 종신보험은 다음과 같은 방법으로 보험수리적 현가와 분산을 구한다. 단, 두 피보험자의 개산잔존생존기간 확률변수 $K(x)$ 와 $K(y)$ 는 독립이라 가정한다.

$$\begin{aligned} A_{xy} &= E[v^{K(xy)+1}] \\ &= \sum_{k=0}^{\min} v^{k+1} \times {}_k|q_{xy} = \sum_{k=0}^{\min} v^{k+1} \times ({}_kp_{xy} - {}_{k+1}p_{xy}) \\ &= \sum_{k=0}^{\min} v^{k+1} \times ({}_kp_x \times {}_kp_y - {}_{k+1}p_x \times {}_{k+1}p_y), \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[v^{K(xy)+1}] &= {}^2A_{xy} - A_{xy}^2 \\ &= \sum_{k=0}^{\min} (v^{k+1})^2 \times {}_kq_{xy} - \left(\sum_{k=0}^{\min} v^{k+1} \times {}_kq_{xy} \right)^2, \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

여기서 $\min$ 는 $\min[\omega - x - 1, \omega - y - 1]$ 를 의미한다.

최종생존자 상태의 종신보험은 다음과 같은 방법으로 보험수리적 현가와 분산을 구한다. 단, 두 피보험자의 개산잔존생존기간 확률변수 $K(x)$ 와 $K(y)$ 는 역시 독립이라 가정한다.

$$\begin{aligned} A_{\overline{xy}} &= E[v^{K(\overline{xy})+1}] \\ &= \sum_{k=0}^{\max} v^{k+1} \times {}_kq_{\overline{xy}} = \sum_{k=0}^{\max} v^{k+1} \times ({}_{k+1}q_{\overline{xy}} - {}_kq_{\overline{xy}}) \\ &= \sum_{k=0}^{\max} v^{k+1} \times ({}_{k+1}q_x \times {}_{k+1}q_y - {}_kq_x \times {}_kq_y), \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

$$\begin{aligned} \text{Var}[v^{K(\overline{xy})+1}] &= {}^2A_{\overline{xy}} - A_{\overline{xy}}^2 \\ &= \sum_{k=0}^{\max} (v^{k+1})^2 \times {}_kq_{\overline{xy}} - \left(\sum_{k=0}^{\max} v^{k+1} \times {}_kq_{\overline{xy}} \right)^2, \end{aligned} \quad (2.3.11)$$

여기서 $\max$ 는 $\max[\omega - x - 1, \omega - y - 1]$ 를 의미한다.

다음은 가입 후 피보험자가 생존해 있는 기간 동안 매년 초 마다 연금액 1원을 지급받는 종신연금에 대한 설명이다. 종신연금의 보험수리적 현가, $\ddot{a}_x$ 와 분산은 아래의 식을 사용하며, 두 피보험자가 동시 생존해 있는 기간 동안 연금 지급을 받는 결합생존 상태의 종신연금과 최종생존자 상태의 종신연금은 앞에서 설명한 종신보험의 식 (2.3.8)~(2.3.11)과 아래의 식들과 유사하므로 자세한 설명은 Bowers 등 (1997)을 참고하라.

$$\ddot{a}_x = E[\ddot{a}_{\overline{K(x)+1}|}] = \sum_{k=0}^{\omega-x-1} \ddot{a}_{\overline{k+1}|} \times {}_k|q_x, \quad (2.3.12)$$

$$\begin{aligned} Var[\ddot{a}_{\overline{K(x)+1}|}] &= E[\ddot{a}_{\overline{K(x)+1}|}]^2 - E[\ddot{a}_{\overline{K(x)+1}|}]^2 \\ &= \sum_{k=0}^{\omega-x-1} (\ddot{a}_{\overline{k+1}|})^2 \times {}_k|q_x - \left(\sum_{k=0}^{\omega-x-1} \ddot{a}_{\overline{k+1}|} \times {}_k|q_x \right)^2. \end{aligned} \quad (2.3.13)$$

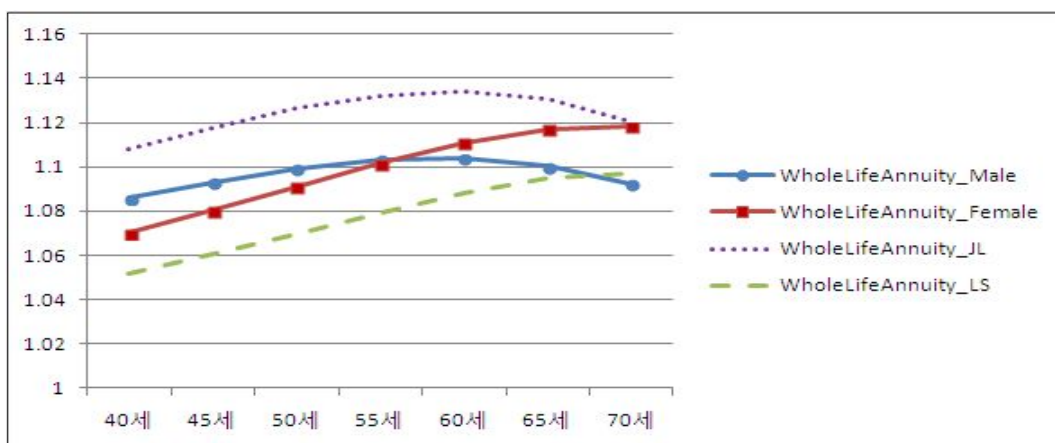
<표 2-8>은 45세~65세에 대하여 다양한 상품의 보험수리적 현가를 식 (2.3.6)~(2.3.11)를 응용하여 산출한 결과이다. 연금의 경우에는 계약자가 생존해 있다면 매년 초 1원씩 지급받는 종신연금에 대하여 평균과 분산을 산출하였고, 보험의 경우에는 1년 안에 계약자가 사망 시 사망연도 말에 보험금 1원을 지급한다 가정하여 종신보험에 대하여 평균과 분산을 산출하였다. 또한, 부부는 동일한 연도에 함께 가입하였다고 가정하였고, LC 모형을 이용한 경우는 2023년에 동일한 연령의 부부가 가입하였다고 가정하여 일시납보험료를 산출하였다. 종신연금의 경우에는 LC 모형으로부터 추정된 사망률이 국민생명표 상의 사망률 보다 낮기 때문에 연금 지급하는 기간이 길어져 보험수리적 현가가 피보험자 한 명일 경우와 연생일 경우 모두에서 높은 값을 갖게 된다. 그러나 반대로 종신보험의 경우에는 사망률의 감소 추세를 반영했을 경우, 보험금 지급 시점이 일반사망률을 사용하는 경우보다 훨씬 더 늦게 발생된다. 그래서 고정금리 가정 하에서 지급보험금에 대한 할인 기간이 길어지기 때문에 보험수리적 현가가 감소하게 된다. <표 2-8>에서 예를 든 보험 상품의 보험금 현가에 내포된 리스크를 나타내는 표준편차 값들을 비교해 보면 LC 모형으로 추정된 장래 사망률을 사용했을 경우에 변동성이 낮게 산출되었다.

[표 II-8] actuarial present value and standard deviation of insurance product (benefit=1)

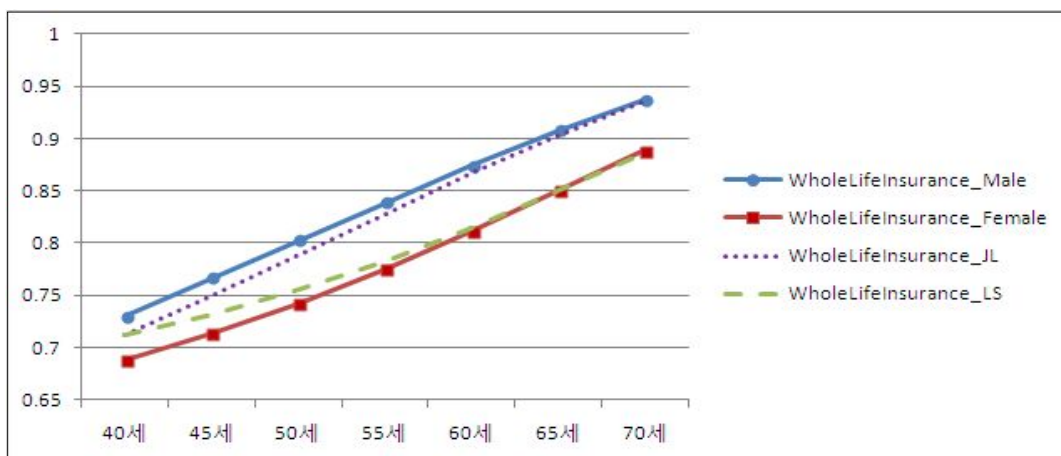
mortality \ age (x)			40	45	50	55	60	65	70
Whole Life Annuity for male	Life Table (Year2011)	APV	19.742	18.589	17.296	15.859	14.243	12.442	10.494
		s.d.	3.655	3.974	4.208	4.335	4.395	4.382	4.286
	LC Model (Year2023)	APV	20.633	19.591	18.401	17.056	15.496	13.693	11.690
		s.d.	3.131	3.460	3.722	3.877	4.009	4.126	4.167
Whole Life Annuity for Joint-Life (D=0)	Life Table (Year2011)	APV	18.919	17.667	16.270	14.724	12.993	11.086	9.060
		s.d.	3.897	4.152	4.312	4.356	4.322	4.193	3.956
	LC Model (Year2023)	APV	20.014	18.898	17.627	16.192	14.528	12.617	10.510
		s.d.	3.397	3.666	3.859	3.945	3.999	4.016	3.397
Whole Life Annuity for Last-Survivor (D=0)	Life Table (Year2011)	APV	22.057	21.225	20.227	19.035	17.618	15.950	14.027
		s.d.	1.314	1.540	1.788	2.055	2.341	2.632	2.889
	LC Model (Year2023)	APV	22.560	21.826	20.940	19.873	18.589	17.051	15.235
		s.d.	1.022	1.210	1.422	1.662	1.937	2.243	2.556
Whole Life Insurance for male	Life Table (Year2011)	APV	0.241	0.285	0.335	0.390	0.452	0.521	0.596
		s.d.	0.141	0.153	0.162	0.167	0.169	0.169	0.165
	LC Model (Year2023)	APV	0.206	0.246	0.292	0.344	0.404	0.473	0.550
		s.d.	0.120	0.133	0.143	0.149	0.154	0.159	0.160
Whole Life Insurance for Joint-Life (D=0)	Life Table (Year2011)	APV	0.272	0.321	0.374	0.434	0.500	0.574	0.652
		s.d.	0.150	0.160	0.166	0.168	0.166	0.161	0.152
	LC Model (Year2023)	APV	0.230	0.273	0.322	0.377	0.441	0.515	0.596
		s.d.	0.131	0.141	0.148	0.152	0.154	0.154	0.151
Whole Life Insurance for Last-Survivor (D=0)	Life Table (Year2011)	APV	0.152	0.184	0.222	0.268	0.322	0.387	0.460
		s.d.	0.051	0.059	0.069	0.079	0.090	0.101	0.111
	LC Model (Year2023)	APV	0.132	0.161	0.195	0.236	0.285	0.344	0.414
		s.d.	0.039	0.047	0.055	0.064	0.075	0.086	0.098

<그림 2-5>와 <그림 2-6>은 <표 2-8>로부터 보험수리적 현가를 동일한 상품 유형별로 살펴본 비율이다. 생명표를 사용한 보험수리적 현가 대비 LC 모형을 이용하여 추정한 사망률로부터 산출한 보험수리적 현가가 어느 정도 되는지 나타내는 것으로

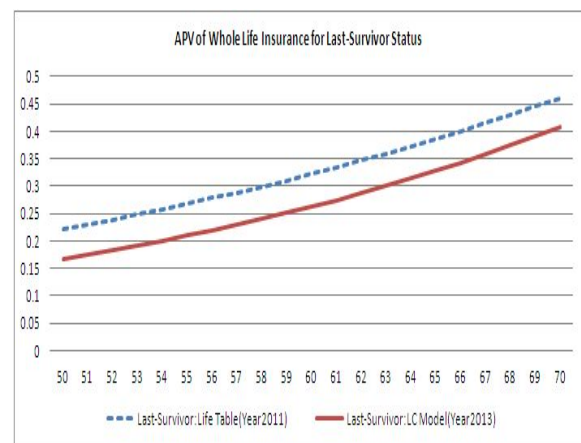
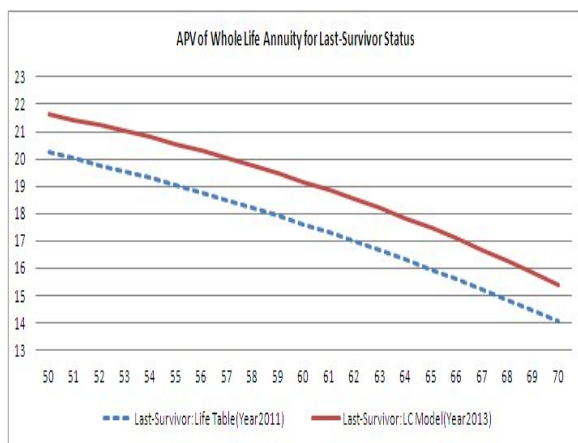
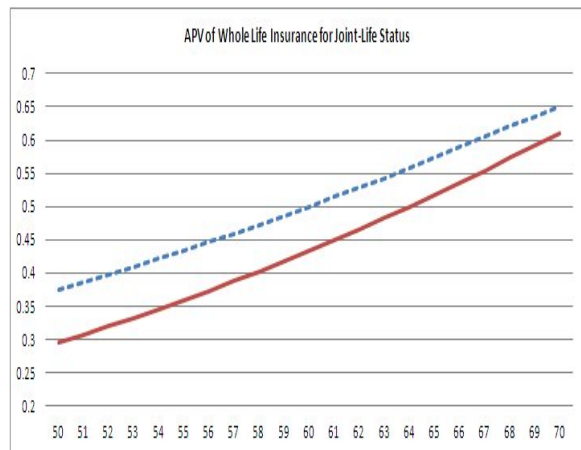
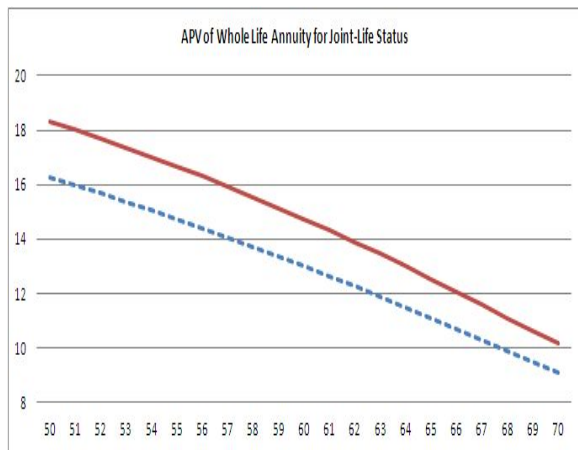
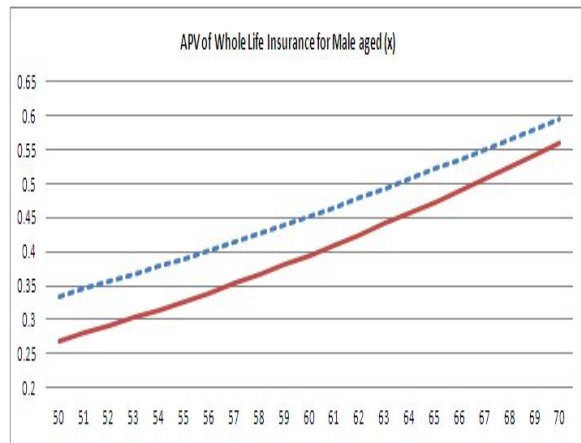
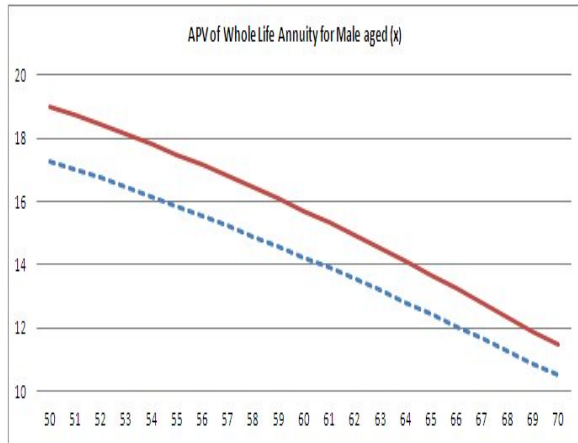
생명연금의 경우에는 생명표를 사용했을 경우보다 LC 모형으로부터 추정된 사망률을 사용했을 경우가 더 큰 보험수리적 현가를 갖으며 50대 정도에 가입했을 경우에 가장 두 모형의 차이가 많이 나고 있다. 그러나 생명연금의 경우에는 생명연금의 경우와는 반대로 LC 모형으로부터 추정된 사망률을 사용했을 경우가 더 큰 일시납 보험료를 갖고 있으며, 가입연령이 증가할수록 두 방법의 차이는 점점 줄어드는 경향이 있음을 확인할 수 있다.



[그림 II-5] ratios of APV(LC Model) to APV(Life Table) by age at inception: Life Annuities



[그림 II-6] ratios of APV(LC Model) to APV(Life Table) by age at inception: Life Insurances



[그림 II-7] actuarial present values of life annuities and life insurances

<그림 2-5>, <그림 2-6>에서 확인한 결과와 같은 결과를 <그림 2-7>에서도 확인할 수 있다. 사망률 감소추세가 생명보험과 생명연금에 서로 상반된 영향을 끼치고 있는 것이다. 따라서 사망률 개선효과로 인하여 보험회사의 상품 포트폴리오 구성에 대한 최적 구성 비율의 전략을 고려할 필요성이 있음을 시사한다.

추가적으로 <그림 2-7>에서 사망률 개선효과를 좀 더 분명하게 연령별로 살펴보자. 사망률의 개선효과를 비교하기 위해서 6개의 그림을 보면 점선이 기존의 생명표를 사용한 결과이고 실선이 LC 모형을 사용한 결과이다. x축이 보험가입 연령을 나타내고 y축이 보험수리적 현가, 즉 일시납보험료를 나타내고 있다. 좌측에 있는 세 개의 그림은 종신연금 상품이고, 우측에 있는 세 개의 그림은 종신보험 상품이며 서로 상반된 결과를 보이고 있다.

제4절 연구의 시사점 및 한계점

LC 모형은 실무에서 사용하기에 편리하고 적용과정이 용이하기 때문에 시계열적인 측면을 사망률에 반영하여 보험료 및 준비금을 산출하는데 도움이 될 수 있다. 하지만 LC 모형은 과거에 코호트 효과가 발견되었던 나라에 대해서는 과거 데이터를 제대로 적합시키는 것이 어려울 수 있고, 모형의 구조 자체가 단순하여 연령과 시간에 따른 변화 요인들을 반영하기가 어려운 한계점을 가지고 있다. 이러한 한계점들을 해결하여 좀 더 예측력 있는 사망률을 추정하기 위해 LC 모형의 한계점을 보완한 다양한 확률론적인 사망률 모형을 사용할 필요가 있다. 또한 LC 모형을 개선한 모형을 검토하여 사보험 및 공적 보험 상품의 보험수리적 현가를 계산하는데 적용해 보는 것을 향후 과제로 하고자 한다. 본 연구의 또 다른 한계점으로는 LC 모형에 과거 사망률 패턴을 적합시키기 위한 기초 자료의 수가 충분하지 못했

다는 점이다. 2007년부터 15년 동안의 국민생명표 자료를 이용하여 LC 모형에서 가정하는 식의 $a(x)$, $b(x)$, $k(t)$ 를 추정하였다. 그러나 좀 더 장래 사망률의 예측력을 높이기 위해서는 과거 데이터의 수를 높이고, 사망률의 정보를 얻기 힘든 기간이나 고연령 구간에 대하여는 2-모수 로지스틱 모형 등을 사용하여 사망률을 연장시켜 본 연구와 유사한 연구를 진행할 필요가 있다. 반면에 보험회사의 리스크 관리에 2장에서 살펴본 사망률 개선효과와 4장에서 살펴볼 피보험자 또는 보험 가입자들의 생존기간 간의 상관성을 반영한다면 보험회사 및 공적 보험을 관리하는 기관이 직면한 다양한 리스크를 헷징할 수 있을 거라 본다.

제3장 연생모형을 이용한 주택연금

제1절 연구목적

3장에서는 연생연금의 대표적인 상품인 주택연금에 대해 살펴보고자 한다. 주택연금 상품은 만 60세 이상의 고령자가 소유주택을 담보로 거주하면서 일정액을 대출받지만 대출금을 다시 상환하지 않는 금융상품으로 부부 가입의 경우 연생모형을 적용해야만 한다. 즉, 주택연금은 부부 가입자 중 마지막 사망자가 발생할 때까지 지급되는 최종 생존자 상태(last-survivor status)의 연생보험이라 할 수 있다. 그러나 현행 주택연금 상품에 있어서 대출한도 및 월지급금 산출 시 연생모형이 적용되지 않고 있기 때문에 본 연구를 통해 연생모형을 이용한 주택연금 산출 방법의 타당성을 제시하고자 한다. 따라서 이번 3장에서는 주택연금에 연생모형 적용의 타당성 여부를 보이기 위해 대출이 종료되는 시점의 확률분포에 대해 살펴보고자 한다. 즉, 부부 가입의 경우를 가정하여 대출 종료 시점의 확률분포를 적용해서 주택연금의 주요 변수들에 연생모형을 적용하고자 한다. 또한 2장에서 살펴본 LC 모형을 이용하여 추정한 사망률을 이용하였을 경우와 생명표를 이용했을 경우 주택연금의 월지급금 등을 산출하여 비교해 보도록 한다.

3장에서 진행할 연구는 다음과 같다. 첫 번째로, 여자의 잔존생존기간 확률변수와 최종 생존자 상태(last-survivor status)의 잔존생존기간 확률변수를 이용하여 완전평균여명을 산출한다. 완전평균여명이란 특정한 나이에 도달한 사람의 장래 생존연수에 대한 평균을 말하는데, 위의 두 가지 확률변수를 바탕으로 한 완전평균여명을 이용하여 주택연금 상품의 대출종료 시점을 비교해보고자 한다.

두 번째로, 현재 소유하고 있는 주택을 담보로 현재 시점에서 대출받을 수 있는 최대대출가능금액(principal limit)과 이 금액이 원래 주택가격에서 차지하는 비율인 principal limit factor(일종의 LTV ratio)를 여자의 사망률과 최종 생존자 상태의 사망률을 이용하여 산출하고 비교한다. 이 때, principal limit factor는 주어진 차입자의 나이와 기대 금리 수준이 동일할 경우 같은 값을 갖기 때문에, 각 연령별 담보 비율의 비교기준이 될 수 있다. 따라서 최대대출가능금액과 principal limit factor를 두 가지 사망률을 통해 기존 여자 사망률로 산출한 값의 적정성을 확인하는 것이 가능하다.

마지막으로, 위에서 산정한 최대대출가능금액(principal limit)을 이용하여 차입자가 받게 될 월지급금(연금액)을 산출한다. 여기서는 두 명의 피보험자 중 두 번째 사망자가 발생할 때까지 매월 일정액을 종신토록 지급받는 연금의 형태를 이용하고자 한다. 이러한 비교 분석을 통해 현행 공적 보증 금융상품인 주택연금의 월지급금이 과대 계상되고 있음을 예상할 수 있다.

3장의 연구 목표는 주택연금 발행기관의 적정한 월지급금 지급과 차후 월지급금의 과대지급으로 인한 지급불능을 방지하기 위해 현행 사용하고 있는 모형의 위험률에 연생 모형을 고려할 필요성을 제시한다. 이번 장의 구성은 다음과 같다. 2절에서 연생모형의 이론적 배경을 다루고 평균여명을 비교한다. 3절에서는 주택연금의 분석방법을 다루고 4절에서는 대출종료시점의 확률분포와 월지급금 등을 비교하고 5절에서는 결론과 시사점을 제시한다.

제2절 연생 모형(Multiple Life Models)

1. 연생에 대한 계리적 함수

연생보험 및 연금에서 사용되는 결합 생존 상태(joint-life status)의 잔존생존기간 확률변수와 최종 생존자 상태(last-survivor status)의 잔존생존기간 확률변수에 대한 정의와 이와 관련된 계리적 함수는 Bowers 등 (1997)을 참고하여 이번 장에서 사용하고 하는 수식들로 새로 유도하거나 변형하였다.

두 피보험자의 보험계약 가입 시점의 연령을 각각 x 세와 y 세라 할 경우, 두 피보험자들(또는 그 이상)의 생사 여부에 의존한 보험 또는 연금의 계리적 함수는 잔존생존기간 확률변수(time-until-death) $T(x)$ 와 $T(y)$ 를 사용한다. 예를 들어, 최종 생존자 상태를 나타내는 확률변수 $T(\overline{xy})$ 는 가입 후 피보험자들 중 마지막 사망이 발생할 때 까지 걸리는 시간을 의미한다고 보면 된다. 즉, 확률변수 $T(\overline{xy})$ 는 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$T(\overline{xy}) = \max[T(x), T(y)]. \quad (3.2.1)$$

또한, 이러한 확률변수 $T(\overline{xy})$ 의 정의를 이용한 분포함수는 다음과 같은 방법으로 구할 수 있다.

$${}_t q_{\overline{xy}} = F_{T(\overline{xy})}(t) = \Pr[T(\overline{xy}) \leq t] = \Pr[\max(T(x), T(y)) \leq t]. \quad (3.2.2)$$

이때, 두 피보험자의 잔존생존기간 확률변수 $T(x)$ 와 $T(y)$ 는 종속 관계인 것이 일반적이거나, 4장에서 부부 간의 생존기간 간에 종속성을 살펴볼 예정이지만 3장에서는

간단하게 두 피보험자들, 즉 부부에 대하여 각각의 생존기간이 독립 관계라고 가정하도록 한다. 상호 독립인 관계를 가정하게 될 경우 확률변수 $T(\overline{xy})$ 의 누적분포함수는

$$\begin{aligned} {}_t q_{\overline{xy}} &= \Pr[\max(T(x), T(y)) \leq t] = \Pr[T(x) \leq t \cap T(y) \leq t] \\ &= \Pr[T(x) \leq t] \times \Pr[T(y) \leq t] = F_{T(x)}(t) \times F_{T(y)}(t) \\ &= {}_t q_x \times {}_t q_y \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

와 같이 각각의 피보험자들의 사망 확률의 곱으로 표현됨을 확인할 수 있다. 또한, $T(\overline{xy})$ 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} f_{T(\overline{xy})}(t) &= \left(\frac{d}{dt} F_{T(x)}(t) \right) \times F_{T(y)}(t) + F_{T(x)}(t) \times \left(\frac{d}{dt} F_{T(y)}(t) \right) \\ &= f_{T(x)}(t) \times F_{T(y)}(t) + F_{T(x)}(t) \times f_{T(y)}(t) \\ &= {}_t p_x \mu_{x+t} \times (1 - {}_t p_y) + {}_t p_y \mu_{y+t} (1 - {}_t p_x) \\ &= f_{T(x)}(t) + f_{T(y)}(t) - f_{T(xy)}(t). \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

결합생존 상태의 잔존생존기간 확률변수 $T(xy)$ 에 대한 함수들도 식 (3.2.2) 또는 식 (3.2.4)와 유사한 방법으로 유도해 낼 수 있다. 2011년 국민생명표를 사용하여 연생모형을 이용한 주택연금의 대출종료확률 및 월지급금을 기존 실무 방식과 비교 분석하고자하기 때문에 연속 확률변수 $T(x)$, $T(xy)$, $T(\overline{xy})$ 보다는 개산 잔존생존기간(curtate-future-lifetime) 확률변수 $K(x)$, $K(xy)$, $K(\overline{xy})$ 를 이용하도록 한다.

$$\Pr[K(x) = k] = {}_k | q_x = {}_k p_x \times q_{x+k} = {}_{k+1} q_x - {}_k q_x = {}_k p_x - {}_{k+1} p_x \quad (3.2.5)$$

이고, 최종 생존자 상태의 개산 장래생존기간 확률변수 $K(\overline{xy})$ 를 이용하고자 할 때는 다음의 식 (3.2.6)을 사용하고, 주택연금에 연생 모형을 이용하여 비교 분석할 경

우에는 두 피보험자들의 생존기간 확률변수에 대해 상호 독립을 가정하여 식 (3.2.7)을 적용하도록 한다.

$$\Pr[K(\overline{xy}) = k] = {}_k|q_{\overline{xy}} = {}_{k+1}q_{\overline{xy}} - {}_kq_{\overline{xy}} = {}_kp_{\overline{xy}} - {}_{k+1}p_{\overline{xy}}, \quad (3.2.6)$$

$${}_k|q_{\overline{xy}} = {}_{k+1}q_x \times {}_{k+1}q_y - {}_kq_x \times {}_kq_y. \quad (3.2.7)$$

식 (3.2.7)을 이용하여 개산평균여명(curtate-expectation-of-life) $e_x, e_{xy}, e_{\overline{xy}}$ 를 구한 후 단수연령에 대한 가정을 적용하여 완전평균여명(complete-expectation-of-life) $\dot{e}_x, \dot{e}_{xy}, \dot{e}_{\overline{xy}}$ 을 구한다면 주택연금에 대한 평균적인 대출종료 시점을 예측해 볼 수도 있다. 피보험자의 개인별 평균여명과 최종 생존자 상태의 평균여명을 비교하기 위해 다음의 가정들을 이용하고자 한다.

먼저 현재 (x) 세의 개산잔존생존기간 확률변수 $K(x)$ 를 이용한 피보험자의 개산 평균여명은 식 (3.2.8)을 이용하여 산출한다.

$$\begin{aligned} E[K(x)] = e_x &= \sum_{k=0}^{\infty} k \times {}_k|q_x = \sum_{k=0}^{\infty} k \times ({}_{k+1}q_x - {}_kq_x) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} k \times ({}_kp_x - {}_{k+1}p_x) = \sum_{k=1}^{\infty} {}_kp_x. \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

확률변수 $T(x)$ 을 이용한 피보험자의 완전평균여명은 식 (3.2.9)를 이용해야하지만, 단수 연령에 대해 UDD(uniform distribution of deaths) 가정을 식 (3.2.9)에 적용하여 완전평균여명의 근삿값을 산출하도록 한다.

$$E[T(x)] = \dot{e}_x = \int_0^\infty t \times f_{T(x)}(t) dt = \int_0^\infty {}_t p_x dt. \quad (3.2.9)$$

따라서, 단수 연령 확률변수 S 가 균등분포(uniform distribution)를 따른다는 UDD가정을 이용하여 완전평균여명의 근사값을 식 (3.2.10)과 같이 산출하도록 한다.

$$\dot{e}_x = E[T(x)] = E[K(x) + S] = E[K(x)] + E[S] = e_x + \frac{1}{2}. \quad (3.2.10)$$

최종생존자 상태의 잔존생존기간 확률변수 $T(\overline{xy})$ 와 $K(\overline{xy})$ 을 이용한 완전평균여명 및 개산평균여명에 대하여도 동일한 방법으로 산출하며 다음의 식을 이용해본다. 단, 확률변수 $K(\overline{xy})$ 를 이용하여 $T(\overline{xy})$ 의 평균의 근사치를 산출할 경우, 피보험자 각각 UDD가정을 적용하고, 동시에 두 피보험자의 잔존생존기간 확률변수들이 독립이라 가정해 보고자 한다.

$$E[K(\overline{xy})] = e_{\overline{xy}} = \sum_{k=0}^{\infty} k \times {}_k q_{\overline{xy}} = \sum_{k=0}^{\infty} k \times ({}_{k+1} q_x \times {}_{k+1} q_y - {}_k q_x \times {}_k q_y), \quad (3.2.11)$$

$$\begin{aligned} E[T(\overline{xy})] &= \dot{e}_{\overline{xy}} = \int_0^\infty t \times f_{T(\overline{xy})}(t) dt \\ &= \int_0^\infty t \times (f_{T(x)}(t) + f_{T(y)}(t) - f_{T(xy)}(t)) dt = \int_0^\infty {}_t p_{\overline{xy}} dt. \end{aligned} \quad (3.2.12)$$

연생모형에 대한 더 자세한 논의는 Andrejs, Aleksandra (2001), Youn, Shemyakin (2001), Ji 등 (2011)을 보라.

2. 소수연령 독립 가정 하 완전평균여명의 일반 공식 유도

완전평균여명의 근사값을 구하기 위해 개산평균여명을 이용하게 되는데, 이 때 소수연령 독립 가정 하에서 공식을 유도한다. 이러한 소수연령 독립 가정을 이용하여 여러 연속확률변수에 대한 계리적 함수값을 이산 확률변수에 대한 계리적 함수값으로부터 근사적으로 산출하는 방법은 Willmot (1997)와 이항석 (2008)을 참고하였고, 연생 확률변수를 이용한 완전평균여명을 구하는 방식은 그 산출 공식을 새롭게 유도해 보았다.

우선 함수 $H_1(s)$ 를 (x) 의 소수연령에 대한 함수라 가정한다. 함수 $H_1(s)$ 는 다음과 같은 특징을 가지고 있는 함수이다. 함수 $H_1(s)$ 는 $0 \leq s \leq 1, k = 0, 1, 2, \dots$ 일 때, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} H_1(s) = \Pr[S \leq s | K(x) = k] &= \frac{\Pr[(K(x) = k) \cap (S \leq s)]}{\Pr[K(x) = k]} \\ &= \frac{k p_x - k + s p_x}{k p_x - k + 1 p_x} = \frac{s q_x + k}{q_x + k}, \end{aligned} \quad (3.2.13)$$

그리고 $H_1(0) = 0, H_1(1) = 1$ 이다. $H_1(s)$ 함수를 이용하여 (x) 의 개산평균여명으로부터 완전평균여명을 유도하는 방법은 다음과 같다. 우선 식 (3.2.9)에 잔존생존기간 $T(x)$ 가 정수연령인 $K(x)$ 와 소수연령 S 의 합으로 구성된 확률변수라는 정의를 이용하도록 한다. 물론 이 때, 소수연령 독립가정(FI)을 사용하는데, 이에 대한 증명은 Willmot (1997), 이항석 (2008), 그리고 Bowers 등 (1997)에서 확인하라.

$$E[T(x)] = \dot{e}_x = \int_0^\infty t \times f_{T(x)}(t) dt = \sum_{k=0}^\infty \int_0^1 (k+s) \times {}_{k+s}p_x \mu_{x+k+s} ds. \quad (3.2.14)$$

위의 식 (3.2.14)를 전개하기 위해서는 먼저 사력을 $H_1(s)$ 함수를 이용하여 표현해야 한다. 식 (3.2.13)과 식 (3.2.15)를 식 (3.2.14)에 대입하면 다음과 같이 완전평균여명과 개산평균여명 간의 관계식을 유도할 수 있다.

$$\mu_{x+k+s} = \frac{\frac{d}{ds}(s q_{x+k})}{s p_{x+k}} = \frac{\frac{d}{ds}(H_1(s) \cdot q_{x+k})}{1 - H_1(s) \cdot q_{x+k}} = \frac{H_1'(s) \cdot q_{x+k}}{1 - H_1(s) \cdot q_{x+k}}, \quad (3.2.15)$$

$$\dot{e}_x = E[T(x)] = e_x + \int_0^1 s \times H_1'(s) ds = e_x + 1 - \int_0^1 H_1(s) ds. \quad (3.2.16)$$

최종생존자에 대한 개산평균여명으로부터 완전평균여명을 유도해 내기 위해 앞에서 언급했던 동일한 방법으로 각 개인별 소수연령에 대한 함수를 $H_1(s), H_2(s)$ 로 가정하여 유도해 보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\overline{xy}} &= e_{\overline{xy}} + 1 - \left(\sum_{k=0}^{\infty} k p_{xy} \cdot p_{x+k} \cdot q_{y+k} \right) \times \int_0^1 H_1(s) ds \\ &\quad - \left(\sum_{k=0}^{\infty} k p_{xy} \cdot p_{y+k} \cdot q_{x+k} \right) \times \int_0^1 H_2(s) ds \\ &\quad - \left(\sum_{k=0}^{\infty} k p_{xy} \cdot q_{x+k} \cdot q_{y+k} \right) \times \int_0^1 H_1(s) H_2(s) ds. \end{aligned} \quad (3.2.17)$$

식 (3.2.16)~(3.2.17)의 유도된 식에 소수연령에 대한 독립가정을 이용한 함수 $H_1(s)$ 를 어떻게 정의하느냐에 따라 다른 근삿값을 가질 수 있다. 여기에서는 UDD가정을 적용하여 $H_1(s) = s, H_2(s) = s$ 을 식 (3.2.16)과 식 (3.2.17)에 대입한 완전평균여명을 구한다. 다음의 <표 3-1>과 <표 3-2>는 그에 대한 결과이다. LC모형을 이용한 완전평균여명은 이미 앞 장 <표 2-7>에서 확인하였다.

[표 III-1] complete expectation of life by using Life Table

연령(세)	남자	여자
65	18.40	22.68
66	17.60	21.78
67	16.82	20.88
68	16.06	20.00
69	15.30	19.13
70	14.57	18.27
71	13.85	17.42
72	13.14	16.58
73	12.44	15.76
74	11.75	14.94
75	11.07	14.12

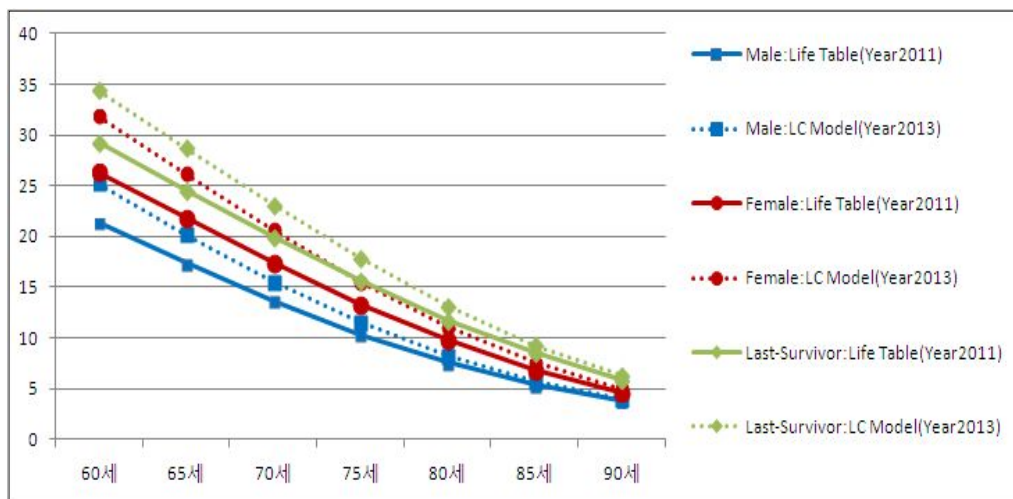
[표 III-2] complete expectation of life for last-survivor status by using Life Table

남 : 여 (연령)	최종생존자 여명(년)	남 : 여 (연령)	최종생존자 여명(년)	남 : 여 (연령)	최종생존자 여명(년)	여자 (연령)	여자 여명(년)
65:65	25.38	67:65	24.80	69:65	24.32	65	22.68
66:66	24.44	68:66	23.87	70:66	23.39	66	21.78
67:67	23.51	69:67	22.94	71:67	22.47	67	20.88
68:68	22.59	70:68	22.02	72:68	21.55	68	20.00
69:69	21.67	71:69	21.10	73:69	20.64	69	19.13
70:70	20.76	72:70	20.20	74:70	19.74	70	18.27
71:71	19.86	73:71	19.30	75:71	18.85	71	17.42
72:72	18.97	74:72	18.42	76:72	17.96	72	16.58
73:73	18.09	75:73	17.54	77:73	17.09	73	15.76
74:74	17.21	76:74	16.66	78:74	16.22	74	14.94
75:75	16.34	77:75	15.80	79:75	15.37	75	14.12

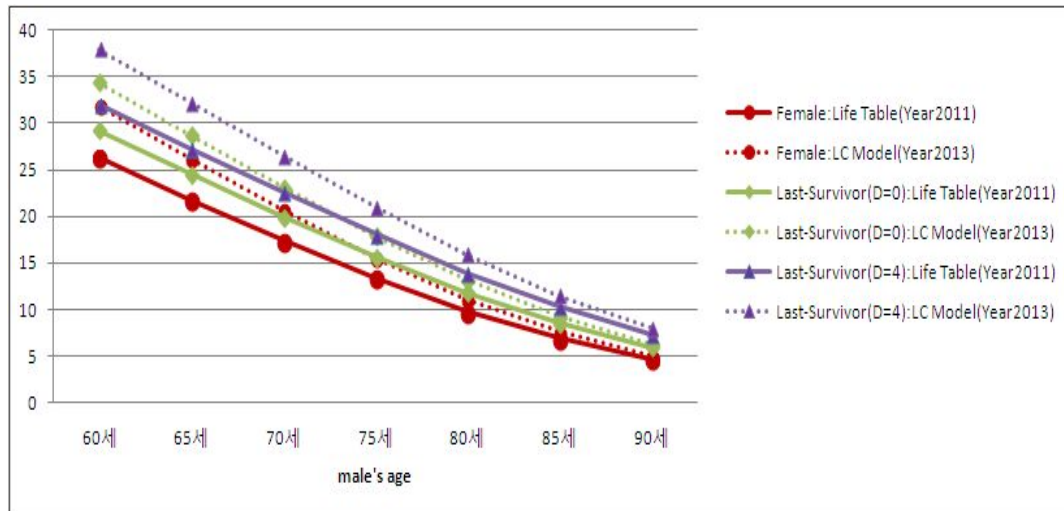
주택연금에 연생모형을 사용해야 하는 타당성을 제시하기 위해 가장 먼저 여자 및 최종생존자에 대한 완전평균여명을 산출해 보았다. 완전평균여명이라는 것은 가입 시점의 가입자 연령을 기준으로 평균 몇 년간 주택연금 계약이 유지되는지에 대

해 예측해볼 수 있는 가치이다. <표 3-1>과 <그림 3-1>를 보면 완전평균여명의 값이 최종생존자, 여자, 남자 순으로 감소한다. 또한, <표 3-2>와 <그림 3-2>를 통해 완전평균여명의 값은 부부가 동일 연령일 경우가 연생 가정이 아닌 여자 사망률만을 이용했을 때와 가장 큰 차이를 가짐을 확인할 수 있다. 이것은 다시 말해서 최종생존자가 사망할 때까지 걸리는 시간이 여자가 사망할 때까지 걸리는 시간 보다 더 오래 걸리기 때문에 주택연금 계약이 훨씬 더 장기간 유지될 가능성이 높다고 볼 수 있다.

따라서 현행 주택연금의 계산 방법에서 부부 가입 시 최소 연령의 여자 사망률을 사용할 경우 최종생존자 정의를 이용하여 계산한 대출종료시점보다 과소평가되고 있으므로 현행 방식대로 유지된다면 예측한 대출종료시점보다 장기간 연금을 지급하게 되어 지급여력이 충분하지 못할 상황에 빠질 가능성이 있다. 다음 두 절에서는 앞에서 완전평균여명 값을 이용하여 연생모형 적용의 타당성을 주장했듯이 현행 주택연금 모형에 연생모형을 적용했을 경우의 최대대출가능금액(principal limit) 및 월지급금이 현행 방식에 비해 어떤 차이를 발생할지 산출해 보도록 한다.



[그림 III-1] comparison of complete expectations of life for male, female and last-survivor status



[그림 III-2] comparison of complete expectations of life for female and last-survivor status by age difference

제3절 주택연금의 개념과 월지급금 산출방법

1. 주택연금의 특성

두 명 이상의 피보험자를 가입 대상으로 고려할 수 있는 보험의 종류는 굉장히 많으나 부부가 동시에 가입 가능한 주택연금을 연생 모형을 사용할 수 있는 하나의 예로서 활용 해보고자 한다. 먼저 간단하게 주택연금에 대한 개념을 다시 한 번 살펴해보도록 한다.

성주호, 김준석 (2005)은 주택연금이란 주택소유 고령자를 대상으로 한 노후생활 자금 조달형 금융상품으로서 소유주택의 가치를 특별한 형태의 현금흐름(주로 연금, annuity)으로 소득화 하는 일종의 '주택 담보부 연금형 대출'이라 언급하였다. 주택 연금은 역모기지 또는 역모기지론이라고도 한다. 역모기지라는 이름은 일반적인 주

택담보대출인 모기지론과는 현금흐름이 반대로 전개됨을 강조한 표현이다. 역모기지론은 저당권을 설정함과 동시에 소유권을 이전하고, 그 후에 금융기관으로부터 확정 및 종신 연금의 형태로 생활자금을 지급 받고 대출 종료 시 누적원리금을 일시상환하게 되는 구조이다. <표 3-3>을 보면 일반 모기지론은 계약기간이 경과함에 따라 상환하는 원리금에 의해 주택대출금의 규모가 감소하지만, 역모기지론은 그 반대임을 알 수 있다. 이외에도 역모기지과 모기지론의 공통점과 차이점은 다음 <표 3-3>에서 살펴볼 수 있다.

[표 III-3] comparison of reverse mortgage and mortgage

	역모기지론(주택연금)	모기지론
목적	노년층의 생활자금 마련 등	주택구입 자금 마련
대상	주택소유자	일정한 소득창출 능력이 있어 상환능력을 보유한 자
대출금 수령	매월 일정금액을 수령	일시금 수령
대출금 상환	주택 등으로 상환	매월 일정금액 상환
순자산 가치	시간경과 시 하락	시간경과 시 상승

이 때, 주택연금의 월지급금 지급방식은 종신지급방식과 종신흡합방식으로 크게 분류한다. 종신지급방식은 수시인출한도 설정 없이 월지급금을 지급받는 방식이나, 종신흡합방식은 수시인출한도 설정 후 나머지 부분을 월지급금으로 지급받는 방식이다. 3장에서는 종신지급방식 중 월지급금을 평생 동안 동일한 금액으로 고정된 정액형에 초점을 맞추어 연생 모형을 적용하고자 한다. 이러한 지급방식은 가입자가 소유주택에 거주하면서 동시에 사망 시까지 매월 일정액을 지급 받는다. 단, 부부가입 시 월지급금은 마지막 사망자가 발생할 때 까지 지급된다. 또한, 가입자 사망 시에는 소유 주택을 처분하고 누적원리금을 상환한 뒤 남는 부분에 대해서는 상속인에게 돌려주지만 부족분에 대해서는 별도의 청구가 없다는 장점을 지닌다. 주택

연금에 대한 다른 논의는 김갑태 (2007), 마승렬, 조덕호 (2007), 마승렬, 신종욱 (2009), 마승렬 (2011), Wang 등 (2011), 김정주 (2012), Ma, Deng (2013)을 보라.

2. 주택연금의 계리모형

가. 계리모형에 적용되는 주요 변수

주택연금의 경우 모기지론과 달리 대출기간이 확정적이지 않고 계약자가 사망하거나 계약을 해지할 때까지 장기간에 걸쳐 대출이 이루어진다. 또한, 종료되는 시점에서 주택을 처분함으로써 누적원리금을 상환하기 때문에 주택의 처분가격이 대출금의 상환액에 미치지 못하면 그 차액을 주택금융공사가 지급하게 된다. 따라서 주택연금의 가치 평가를 위해서는 다음의 네 가지 주요변수에 대한 적절한 가정 및 모형이 필요하다.

첫 번째 위험요소는 대출생존확률(생명표)이다. 우선 주택연금에 적용할 적정 생명표로는 경험생명표와 국민생명표가 있다. 경험생명표는 일반적인 인구집단을 대상으로 작성되는 국민생명표에 비하여 생명보험회사나 공제조합 등의 가입자에 대한 실제 사망 경험치를 근거하여 작성된다. 이 때, 생명보험 가입자 집단은 일반 인구집단보다 생활환경이 좋고, 또 일정한 진단을 거쳐 선택되었다는 점에서 국민생명표에 나타나는 국민사망률보다 낮게 나타난다. 그러므로 현행 제도에 사용하고 있는 국민생명표를 이용했을 때보다 경험생명표를 이용한 월지급금이 더 보수적으로 산정된다. 이는 정부의 관점에서 경험생명표를 이용했을 때, 공적으로 부담해야 할 리스크가 더 적어진다는 것을 의미한다.

따라서 이번 장에서는 실무에서 주택연금의 월지급금 산출 시 사용하고 있는 국민생명표를 사용하되 가장 최근 자료인 2011년 생명표를 이용하며, 특히 국민생명

표의 여자 사망률을 사용하여 연생 모형 하에서 대출 종료 확률, 평균여명 및 월지급금을 평가한 후 현행 산출 방식과 비교 분석해 보고자 한다. 더불어, 주택연금 은 차입자의 사망 이외에도 살던 집에서 다른 곳으로 이사를 가거나, 담보주택을 매각하거나 또는 만기 이전에 계약자가 대출금을 모두 조기 상환하면 계약이 종료되는 경우가 발생하기 때문에 대출 종료 확률에는 사망률과 함께 중도상환율을 반영해야 한다. 미국의 HECM제도에서는 중도상환율을 여자사망률의 30%로 사용하는데 반해, 우리나라는 여자사망률의 20%를 사용하고 있다. 그러나 이번 연구에서는 연생 모형 가정 여부에 따른 주택연금 관련 다양한 값들을 산출 비교하는 것에 의의를 두고자하기에 대출종료 시점을 예측하기 위해 중도상환을 제외한 사망만을 대출 종료 변수로서 활용하고자 남자 사망률과 여자 사망률만을 이용하여 평가해보고자 한다. 또한 사망률을 생명표를 사용하는 방법과 LC 모형으로 장래 사망률을 추정하여 사용하는 방법의 주택연금 가치를 비교해 보고, 연생모형을 적용할 경우에는 부부의 생존기간 간에 독립을 가정하여 산출하고자 한다.

다음의 위험요소로는 주택가격 변화율 및 기대이율 있다. 주택가격 변화율은 대출기간이 장기인 주택연금 대출금액 산정에 큰 영향을 미치는 요인이다. 최근 부동산 가격 하락과 더불어 저금리 기조가 지속되고 있다. 따라서 이를 대비하기 위한 방안으로 주택연금 제도에서는 주택가격 변화율의 추세를 고려하여 향후 주택가격의 가치 및 기대이율을 적절하게 산정해야 한다. 본 연구에서는 주택가격 변화와 기대이율의 변화를 크게 고려하지 않았으나 사망률과 함께 이러한 위험요소들을 통합적으로 고려할 경우는 이번 장의 결과와 다른 결과를 얻을 수도 있으므로 이에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

마지막 위험요소는 기대보증료이다. 주택연금의 공급 확대와 시장실패를 막기 위해서는 정부보증에 필요하다. 이러한 보증은 일방적인 보조가 아니라 수요자와 공급자의 리스크를 최소화하기 위한 정책수단이다. 따라서 주택연금 수요자는 보증 서비스에 대한 가격인 보증료를 지불하여야한다. 보증료는 대출시작 시점의 가용정

보를 근거로 장기의 대출 잔액과 주택가격 변화 등 주요 변수에 대한 추정을 통해 산정된다. 이 때, 대출 잔액이 주택가격을 초과할 경우 손실을 보전할 수 있는 수준에서 정해야 한다. 현재는 미국 공적보증 역모기지(HECM)을 바탕으로 주택가격의 2%를 초기 보증료로 최초 연금지급일에 납부하고, 대출 잔액의 0.5%를 연 보증료로 매월 납부하도록 설정 되어있다. HECM에 대한 더 자세한 논의는 Szymanoski (1994), Rodda 등 (2000), Ballman (2004), AARP (2005)을 보라.

이에 본 연구에서는 주택연금 모형에 내재된 다양한 위험요소가 존재하지만, 본 연구의 목적은 연생모형을 이용하여 주택연금에 적용했을 경우 기존 여자 사망률을 적용하는 방식과의 차이를 비교 분석하고자 하는 것이기 때문에 오직 대출종료확률, 즉 사망률을 기초로 하여 다양한 값들을 산출해 보고자 한다.

나. 주택연금의 기본구조

현행 주택연금 산출 방법과 연생모형을 주택연금 산출 시 적용한 방법을 비교하기 위해서 가입자의 연령 및 주택 가치를 기초로 한 최대대출가능금액과 월지급금을 산출하도록 한다. 이 절에서는 먼저 김갑태 (2006), 김정주 (2008), 마승렬 (2007)이 언급한 기존 주택연금의 산출 방법을 살펴 본 후 4절에서는 그와 유사한 방법으로 연생모형을 적용한 산출 방법에 대해 제시해 본다.

앞에서 살펴본 계리모형에 적용되는 주요 변수들에 입각한 주택연금의 대출금 산정모형의 기본 구조는 다음과 같다.

$$E[L] \leq E[MIP], \quad (3.3.1)$$

식 (3.3.1)에서 좌변은 기대손해액이고 우변은 기대보증료 수입을 의미한다. 이 부등식에 적절한 주택연금 관련 변수들의 값을 대입한 뒤 시행착오 방법을 이용하여 식

(3.3.2), 식 (3.3.3)으로부터 최대대출가능금액(principal limit)을 찾아낸다. 즉, 주택연금 가입자가 자신이 평생 동안 받을 수 있는 금액을 대출 초기에 일시금으로 받고 이후 시점부터는 수령하는 금액이 0원이라는 극단적인 가정을 이용하게 된다.

$$E[MIP] = \sum_{h=0}^{12(w-x)-1} MIP(h) \times v^h \times \frac{h}{12} p_x, \quad (3.3.2)$$

$$E[L] = \sum_{h=0}^{12(w-x)-1} L(h+1) \times v^{h+1} \times \frac{h}{12} p_x \times \frac{1}{12} q_x + \frac{h}{12}, \quad (3.3.3)$$

- 여기서 $E[MIP]$ = 기대보증료,
 $E[L]$ = 기대손해액,
 $L(h)$ = h 시점에서의 손해액
 $= \max[0, (BAL(h) - H(h))]$,
 $BAL(h)$ = h 시점에서의 주택연금 가입자 총 채무액,
 i = 기대이율,
 $MIP(h)$ = h 시점에서의 보증료 = $BAL(h-1) \times$ 보증율,
 M = 주택가격 대비 최대대출가능금액(principal limit)의 비율
 $=$ principal limit factor ($M \times H(0)$ = 최대대출가능금액),
 $H(h)$ = h 시점에서의 주택가격,
 g = 평균주택가격상승률,
 ω = 한계연령 (생명표 상에서 생존자 수가 0인 연령),
 x = 주택연금 가입 연령,
 h = 개월.

좀 더 세부적으로 식 (3.3.2)와 식 (3.3.3)에서 사용되는 주요 변수들과 식을 살펴보면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
BAL(0) &= M \times H(0) + MIP(0) = M \times H(0) + \text{초회보증율} \times H(0) \\
&= (M + \text{초회보증율}) \times H(0), \\
BAL(h) &= [BAL(h-1) + MIP(h)] \times (1+i) \\
&= (M + \text{초회보증율}) \times H(0) \times (1 + \text{보증율})^h \times (1+i)^h, \\
MIP(0) &= \text{초회보증율} \times H(0), \\
MIP(h) &= \text{보증율} \times BAL(h-1) \\
&= \text{보증율} \times (M + \text{초회보증율}) \times H(0) \times (1 + \text{보증율})^{h-1} \times (1+i)^{h-1}, \\
H(h) &= H(0) \times (1+g)^h.
\end{aligned} \tag{3.3.4}$$

김정주 (2008)는 식 (3.3.2)와 식 (3.3.3)을 이용해 주택가격 대비 최고 한도로 대출받을 수 있는 일시금인 최대대출가능금액(principal limit)을 가장 먼저 산정한 후 가입자의 선택 방식에 따라 일시금 인출가능방식(line-of-credit)이 아닌 다른 방식(중신지급방식, 기간확정방식 등)에 대한 지급금을 산출하는 방식에 대하여 언급하였다. 이 때, 만약 가입자가 중신동안 매월 지급받기를 원할 경우에는 대출 만기 시점에서의 예상 대출 잔액이 그 시점에서의 일시금 인출가능방식의 대출 잔액과 일치하는 수준에서 월지급금의 수준을 결정한다. 대출 만기 시점에 일시금 인출가능방식과 중신지급방식의 대출 잔액을 동일하게 맞춰주는 방식으로부터 월지급금을 산출하기 위해선 순대출한도금액(the net value of loan principal)을 확정연금으로 나눈다. 이러한 방식을 principal limit factor method라 하며, 이 방식의 장점은 가입자가 어떤 대출금 지급방식을 선택하더라도 항상 최대대출가능금액의 현재 가치는 변함이 없다는 점이다. 또한, 가입 시점부터 한계연령까지 지급하는 중신확정연금을

월지급금 계산 시 고려하게 되는 데, 그 이유는 비록 한계 연령까지 생존하는 가입자는 극히 드물겠지만 종신생명연금 대신 종신후보연금을 사용함으로써 해서 좀 더 보수적으로 월지급금을 산출할 수 있다는 장점 때문이라 볼 수 있겠다.

다음 절에서는 연생모형을 이용하여 최종사망자가 발생할 때까지 지급할 월지급금의 크기를 산출하기 위한 모형을 제시하고자 한다.

제4절 연생 모형을 이용한 주택연금 분석

3절에서 기존 주택연금의 산출 방법을 살펴보았으나 이번 절에서는 식 (3.3.1)을 만족하는 최대대출가능금액(principal limit)을 연생모형을 이용하여 구해보고자 한다. 따라서 2절에서 살펴본 것과 같이 최종사망자의 완전평균여명이 여자의 완전평균여명 보다 큰 값을 가지게 되는 결과가 실제로 주택연금의 최대대출가능금액과 월지급금의 크기에 어떠한 결과를 가져올지 살펴보기 위해 다음의 모형을 제시하고자 한다. 예측하건데 대출 기간이 최종사망자 상태를 이용할 경우 훨씬 더 장기간 유지되는 점으로 미루어 보아 최종사망자 상태의 사망률 적용을 가정한 경우엔 다른 변수들의 값이 고정될 경우 여자 사망률을 적용했을 경우 보다 낮은 월지급금이 산출될 것이라 본다.

부부 가입 시 주택연금의 대출 종료 시점은 가입자 부부 중 마지막 사망이 발생하는 시점이기 때문에 최종생존자 개념을 이용하여 식 (3.3.1)과 식 (3.3.2), (3.3.3)을 변형해 보도록 한다. 최종 생존자 연생 모형 하에서 식 (2.3.2)는 다음과 같이 두 사람 중 마지막 생존자가 존재하는 한 매월 보증료를 낸다는 가정 하에 월 보증료의 기댓값을 구할 수 있다.

$$E[MIP] = \sum_{h=0}^{12(w-x)-1} MIP(h) \times v^h \times \frac{h}{12} p_{xy}. \quad (3.4.1)$$

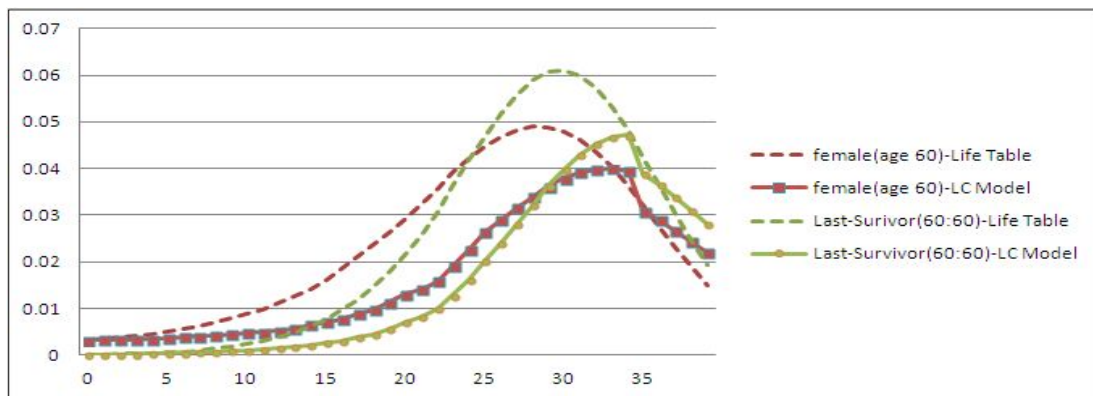
또한, 식 (3.3.3)은 마지막 사망자가 발생할 경우 그 해당 시점의 대출금의 크기와 주택가치의 크기를 비교하여 주택가치가 대출금의 크기에 미치지 못할 경우 발생하는 손실을 고려해야 하므로 다음과 같이 일정한 시점까지는 적어도 한 명이 생존해 있다가 마지막 사망이 발생하면서 대출이 종료된다는 가정 하에 예상 손실액을 구할 수 있다.

$$E[L] = \sum_{h=0}^{12(w-x)-1} L(h+1) \times v^{h+1} \times \left(\frac{h+1}{12} q_{xy} - \frac{h}{12} q_{xy} \right). \quad (3.4.2)$$

일차적으로 위의 두 식 (3.4.1)과 (3.4.2)를 이용하여 최대대출가능금액(principal limit)을 산출 후, 그 최대대출가능금액을 마지막 사망자가 발생할 때까지 월지급금으로 지급하는 방식으로 각 연령별로 월지급금을 최종적으로 산출하도록 한다. 단, 앞서서도 이미 언급하였듯이 실제 현행 방식에서는 조기상환율을 여자 사망률의 20% 크기로 가정하여 월지급금 계산 시 고려하고 있으나 주택연금의 산출 모형을 단순화 시켜 대출 종료의 유일한 원인을 사망으로만 이해해 보았다. 또한, 최근 자료인 2011년 국민생명표를 이용하여 현행의 제도와 같이 부부 가입 시 최소 연령의 여자 사망률을 적용했을 경우와 최종생존자의 사망률을 적용했을 때 여러 가지 주요 값들을 비교해 보도록 하였다. 따라서 현행 제도의 월지급금과는 미세한 차이가 발생할 수는 있으나, 그 점에는 초점을 맞추지 않으며 연생모형 사용유무에 따른 차이만을 확인하는데 의의를 두고자 한다.

먼저 각 사망률의 값들을 비교해 본 결과 <그림 3-3>~<그림 3-4>와 같은 결과를 얻었다. 우선 <그림 3-3>은 60세 가입자가 k 년 거치기간 후 1년 안에 사망할 확

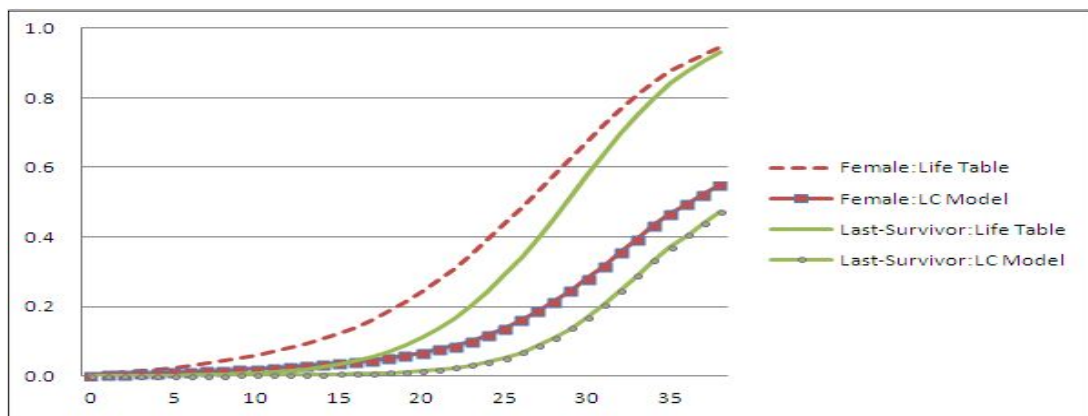
를(${}_kq_{60}, {}_k\overline{q}_{60:60}$)을 나타낸 것으로서, <그림 3-3>에서 사망확률의 최대값을 갖는 지점을 살펴보면 여자 보다 최종생존자가 조금 더 늦게 발생하였다. 그리고 최종생존자의 대출종료확률 그래프는 여자의 대출종료확률 그래프 보다 오른쪽으로 이동되어진 형태이다. 또한, 최종생존자의 ${}_k\overline{q}_{60:60}$ 사망률이 여자의 사망률에 비해 천천히 증가하고, 또한 가장 높은 연령에서 사망 발생 가능성(대출 종료 가능성)이 높게 관찰되고 있었다. 다시 정리하자면, 주택연금의 부부 가입자는 최종생존자 기준으로 대출종료시점을 예상해보면 초기에는 안정적으로 계약이 유지되다가 여자의 연령을 기준으로 했을 때보다는 조금 더 한계연령에 가까운 시점에서 대출이 종료되는 가능성이 가장 높게 발생하고 있음을 확인할 수 있었다. 이것은 여자 사망률을 이용하여 대출종료 시점을 예측한 것 보다 최종생존자의 사망률을 이용하였을 경우가 훨씬 더 장기간동안 계약이 유지되고 있음을 예상할 수 있다. 그리고 LC 모델을 이용하여 추정한 사망률을 이용했을 때보다 생명표를 이용하였을 때 대출종료확률이 좀 더 급격하게 증가하는 경향이 있음을 확인할 수 있다.



[그림 III-3] termination probabilities for female(aged 60) and last-survivor status(D=0)

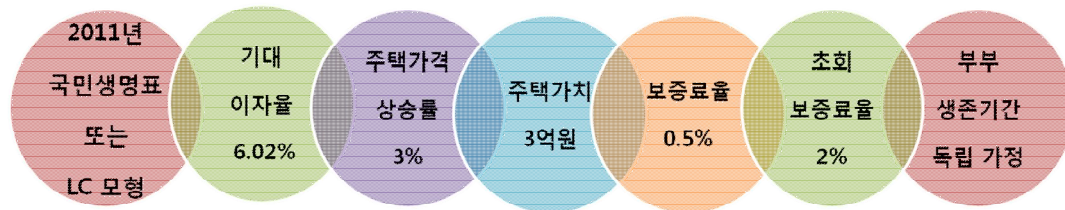
또한, <그림 3-4>에서도 동일한 결과를 재차 확인할 수 있었는데, 각 60세 기준으로 k 년 안에 사망할 확률(${}_kq_{60}, {}_k\overline{q}_{60:60}$)을 표시해본 결과, 일정한 기간 동안 생존할 확률,

즉 주택연금을 계속 유지하고 있을 확률이 최종생존자가 가장 높았고, 그리고 여자 순임을 확인할 수 있었다. 앞의 <그림 3-3>~<그림 3-4>에서 확인했듯이 대출종료시점을 예측하기 위해서는 여자 사망률을 기초로 주택연금의 모형에 적용하는 것보다 최종생존자 사망률을 이용하는 것이 조금 더 안정적이고, 보수적으로 산출된 결과를 얻을 수 있기 때문에 재정 건전성을 확보하는데 기여할 수 있을 거라 본다.



[그림 III-4] cumulative termination probabilities for female(aged 60) and last-survivor status(D=0)

다음은 앞에 <그림 3-3>~<그림 3-4>에서 직관적으로 확인해 볼 수 있었던 결과들을 다시 한 번 간단한 가정을 주택연금 산출방법에 적용해보도록 한다. 이때 조기상환율을 고려하지 않고 오직 사망률만으로 대출 종료 확률을 적용하고 연령별 최대 대출가능금액과 월지급금의 값들에 대해 분석해 본다.



[그림 III-5] assumptions for reverse mortgage

<표 3-4>~<표 3-6> 및 <그림 3-6>~<그림 3-8>은 주택연금에 부부 가입 시 각 해당 성별의 사망률과 최종생존자의 사망률을 적용한 최대대출가능금액(principal limit)과 주택담보대출비율(principal limit factor), 그리고 월지급금을 산출한 결과이다. 이때, 부부의 연령 차이에 따른 최종생존자 상태에 대한 결과들의 차이 또한 비교해 보기 위해 동일 연령($D=0$), 남자 4세 연상($D=4$)의 부부를 가정해 보았다. 분석 결과 최대대출가능금액(principal limit)에 따라 주택담보대출비율과 월지급금의 크기가 결정되어지므로 남자, 여자, 그리고 최종생존자 상태로 구분하여 확률을 적용한 결과의 대소 관계는 세 가지의 가치 모두 순서가 동일하다. 최종생존자의 경우 부부의 나이 차와 상관없이(남자 연상 가정) 여자의 사망률을 사용했을 때 보다 최대대출가능금액이 항상 작았으며, 이러한 일시금을 한계연령까지 확정적으로 지급한다는 가정으로 월지급금을 계산한 결과 또한 최종생존자 사망률 사용 방식이 여자 사망률 사용 방식 보다 적은 월지급금이 산출되었다.

[표 III-4] comparison of principal limits for female

age at inception	female		
	Life Table(Year 2011)	LC Model(Year 2013)	LC Model(Year 2023)
60	126,785,094	108,108,317	103,706,693
62	133,633,729	115,237,161	110,441,057
64	140,776,685	122,780,643	117,573,554
66	148,208,304	130,741,883	125,112,909
68	155,920,130	139,116,528	133,064,179
70	163,899,428	147,895,689	141,429,457

[표 III-5] comparison of principal limits for last-survivor(D=0)

age at inception	last-survivor(D=0)		
	Life Table(Year 2011)	LC Model(Year 2013)	LC Model(Year 2023)
60:60	121,581,022	106,346,249	102,672,591
62:62	128,368,597	113,316,728	109,272,239
64:64	135,464,051	120,706,140	116,277,727
66:66	142,866,580	128,520,362	123,700,733
68:68	150,560,544	136,750,069	131,542,926
70:70	158,526,099	146,925,530	139,801,498

[표 III-6] comparison of principal limits for last-survivor(D=4)

age at inception	last-survivor(D=4)		
	Life Table(Year 2011)	LC Model(Year 2013)	LC Model(Year 2023)
60:56	111,975,788	95,662,878	92,279,151
62:58	118,283,306	101,994,990	98,269,851
64:60	124,889,355	108,722,527	104,635,547
66:62	131,798,333	115,858,282	111,391,829
68:64	139,008,953	123,412,025	118,553,695
70:66	146,513,503	131,383,796	126,127,950

[표 III-7] comparison of annuity payments for female

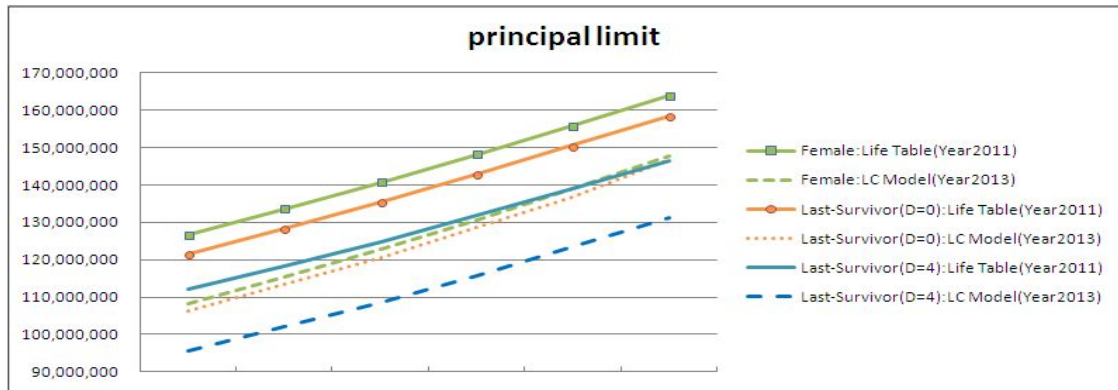
age at inception	female		
	Life Table(Year 2011)	LC Model(Year 2013)	LC Model(Year 2023)
60	711,668	606,832	582,125
62	759,312	654,782	627,530
64	811,157	707,464	677,461
66	867,802	765,531	732,572
68	929,992	829,766	793,667
70	998,673	901,159	861,759

[표 III-8] comparison of annuity payments for last-survivor(D=0)

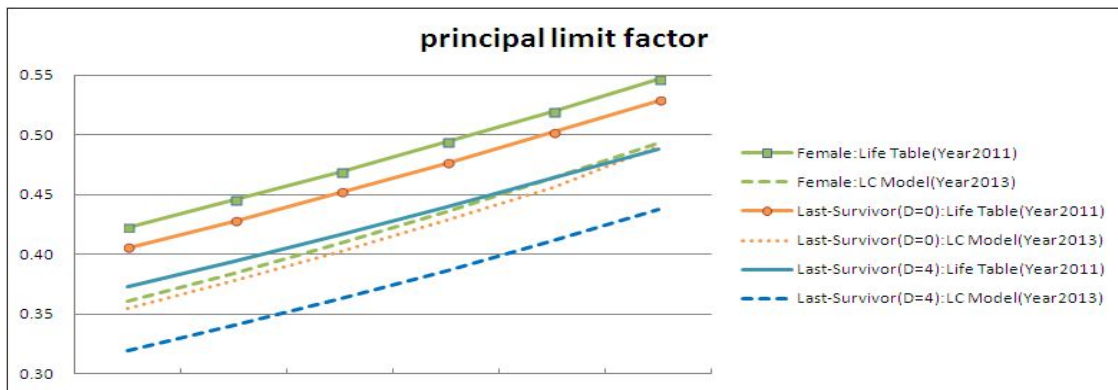
age at inception	last-survivor(D=0)		
	Life Table(Year 2011)	LC Model(Year 2013)	LC Model(Year 2023)
60:60	682,457	596,941	576,320
62:62	729,395	643,870	620,889
64:64	780,546	695,511	669,994
66:66	836,524	752,523	724,303
68:68	898,025	815,652	784,593
70:70	965,933	895,248	851,840

[표 III-9] comparison of annuity payments for last-survivor(D=4)

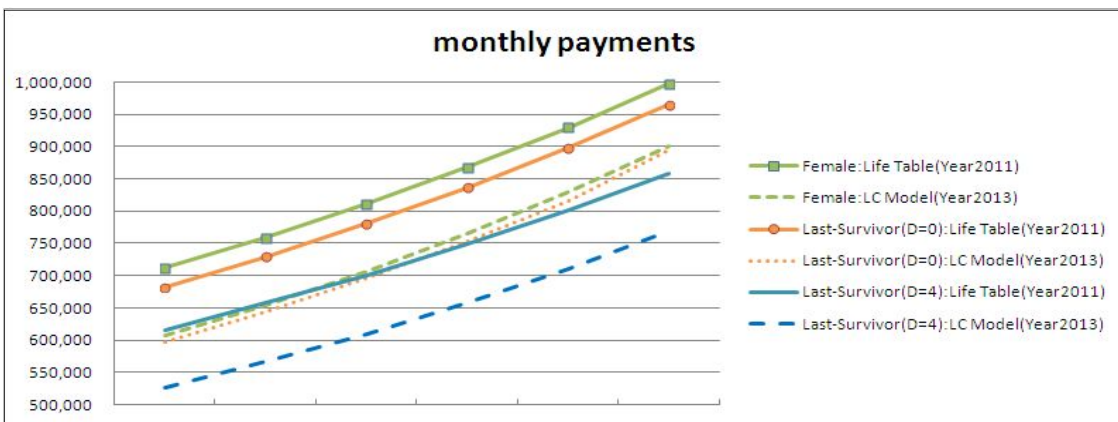
age at inception	last-survivor(D=4)		
	Life Table(Year 2011)	LC Model(Year 2013)	LC Model(Year 2023)
60:56	616,115	526,357	507,739
62:58	656,912	566,452	545,763
64:60	701,027	610,280	587,339
66:62	748,883	658,311	632,932
68:64	800,972	711,102	683,108
70:66	857,878	769,289	738,515



[그림 III-6] comparison of principal limits for female and last-survivor status



[그림 III-7] comparison of principal limit factors for female and last-survivor status



[그림 III-8] comparison of annuity payments for female and last-survivor status

제5절 연구의 시사점 및 한계점

앞 절의 그림들과 표들에서 확인할 수 있듯이 LC 모형을 이용하여 사망률 감소 추세를 반영한 위험률을 주택연금 계산 시 고려한다면 현행 방식 보다 가입자에게 좀 더 유리하다. 그러나 최대 대출가능금액을 산출하기 위해서 가입자가 소유하고 있는 집을 담보로 일시금의 목돈을 대출 받는다고 가정하였고, 주택 가치는 매년 동일한 비율로 증가, 이율은 고정금리를 가정하였기 때문에 이러한 가정이 변한다면 반대의 결과를 얻게 될 수도 있으며 추후 이에 대한 연구가 논의될 필요가 있다.

3장의 결과만 가지고 해석한다면 현행 방식대로 월지급금을 지급하게 되는 경우 과도하게 산출된 월지급금을 실제로는 마지막 사망자가 발생할 때까지 장기간 지급해야하기 때문에 기대금리나 주택가격상승률의 변화 등에 의해 훨씬 더 최종생존자 상태의 연생 모형을 이용한 방식보다 재정고갈이 빠른 시기에 도래할 수 있다. 따라서 무엇보다 손실 발생 가능성을 낮추기 위한 적절한 지급금을 산출하기 위해서는 대출 종료 시점을 정확하게 예측하는 것이 매우 중요하며, 주택연금의 정의에 따라 마지막 생존자가 발생하는 시점에 대해 고려하는 방식인 연생 모형을 주택연금 산출 방법에 적용하는 것이 타당함을 최대대출가능금액 및 월지급금 계산 결과로부터 확인할 수 있었다.

3장에서는 LC 모형을 이용하여 장래 사망률을 추정한 후 2011년 국민생명표를 이용하여 월지급금을 계산한 결과와 비교하였다. 2장에서 언급하였듯이 장래의 사망률 개선 패턴을 좀 더 정교하게 예측하여 주택연금의 최대대출가능금액 및 월지급금을 산출할 필요가 있다. 3장에서 계산한 결과를 살펴보았을 때 기대수명이 점점 증가하게 되므로 여자 또는 최종생존자에 대한 월지급금이 2013년 가입자 기준보다 2023년 가입자 기준의 값이 더 낮게 산출되었다. 물론 사망률의 감소 패턴과

주택가치 변화, 금리의 변화를 함께 고려해야 각각의 요소가 주택연금의 가치 변화에 끼치는 영향을 좀 더 확실하게 확인할 수 있을 것이다. 통합적인 비교 방법이 따라서 반드시 추후 연구에서 진행되어야만 한다.

제4장 Copula모형을 이용한 연생 보험

제1절 연구목적

2장과 3장에서 이미 언급했듯이 연생 보험은 2인 이상의 사람들이 한 계약을 통해 보장받을 수 있는 보험으로, 보험금 지급 조건이 가입자들 중 첫 번째 사망자 발생 시 또는 마지막 사망자 발생 시와 같이 가입자들의 생사(生死)가 조건부인 보험 상품을 의미한다. 대표적인 상품으로 3장에서 연구한 주택연금이나 어린이를 대상으로 하여 교육자금을 마련하는데 있어 부모의 사망 시점에 보험금이 지급되는 연생교육보험 등이 있다.

연생 보험에 가입하는 사람들은 생활환경이 비슷하여 생존기간에 대하여 상관관계가 있을 수 있기 때문에 가입자들의 생존기간에 대한 결합분포가 필요하다. 그럼에도 불구하고 보험 실무에서 연생 보험의 보험료를 계산할 때 계산상의 편의를 위해 가입자들의 장래 생존기간을 독립이라 가정하고 있다. 2장과 3장에서는 가입자들간의 장래 생존기간을 독립이라 가정하여 연생보험 상품의 보험료를 산출해보았다. 그러나 이번 장에서는 연생 보험의 보험료 산출 시 가입자들의 상관관계를 반영하여 산출하는 것이 더 합리적인 가정이라는 것을 고찰하기 위해 코풀라 모형을 이용하여 몬테카를로 시뮬레이션을 통해 상관성이 고려된 데이터를 가지고 연생보험 상품을 분석하고자 한다.

Sklar (1973)에 의하여 제시된 코풀라(copula)는 확률변수 간의 상관성을 부여하는 도구로서 다양한 분야에서 적용되었다. 외국의 경우 Frees 등 (1996)은 보험에서 연금의 가치결정에 코풀라를 적용하였으며, Li (2000)는 금융 분야에서 신용파생상

품의 가격결정에 코푼라를 사용하였다. 국내의 경우는 최창희 등 (2013)은 강수보험에서 강수의 패턴을 분석하고 강수보험의 가격결정에 대하여 코푼라를 적용하였다. 하지만 연생보험에 코푼라를 적용한 국내 선행연구들이 드물기 때문에 본 연구의 분석 방법으로 코푼라를 이용한다. Frees 등 (1996)는 실제 부부 데이터에 코푼라를 적용하여 분석하였는데, 그 결과 상관성을 나타내는 모수가 스피어만의 상관계수(Spearman's correlation coefficient)를 기준으로 0.49 정도의 상관성을 나타내는 것으로 밝혀졌으며, 2절에서 국민연금의 유족연금 데이터를 이용하여 계산한 결과에서도 부부의 생존기간의 상관성이 높은 편임을 다시 한 번 확인할 수 있다. 이것을 바탕으로 이번 4장에서는 부부 간의 생존기간에 대한 상관성이 보험료에 상당한 영향을 미치게 됨을 확인하고자 한다. 또한 Frees 등 (1996)와 Frees, Valdez (1998)는 주로 프랭크 코푼라(frank copula)를 사용하였으나, 4장에서는 가우시안 코푼라(Gaussian copula)를 사용하여 분석한다. 가우시안 코푼라를 사용한 이유는 Wang (1999)이 Frees, Valdez (1998)의 논문에 대한 discussion paper에서 언급한 것처럼 오직 가우시안 코푼라만이 임의의 공분산 행렬을 다룰 수 있게 해주며, 그러면서도 효율적인 계산과정을 유지할 수 있기 때문이다. 또한 가우시안 코푼라의 상관성을 나타내는 모수인 ρ 가 상관계수(coefficient of correlation)와 의미상으로 일치하기 때문에 이해가 쉽다는 이점도 있으며, 다변수로 확장이 용이하기 때문이다.

4장은 다음과 같이 이루어진다. 2절에서는 국민연금의 유족연금 데이터를 이용하여 부부의 생존기간 간에 상관성이 실제로 존재하는지 분석해 보고, 3절에서는 가우시안 코푼라로 연생보험 가입자들의 상관관계를 고려한 결합분포함수 및 상관이 있는 두 확률변수의 난수를 생성하는 방법을 다룬다. 4절에서는 독립 가정에서 연생보험의 보험수리적 현가를 나타내는 기댓값들을 계산해 본다. 5절에서는 상관성이 있는 경우에 연생보험의 보험수리적 현가를 나타내는 기댓값들을 계산해 본다. 그리고 가입자들 간 다양한 상관관계를 고려하여 보험료를 계산하고 4절에서 구한 보험료와 비교분석 한다.

제2절 국민연금의 유족연금을 이용한 상관분석

1. 상관계수 종류

상관관계 분석은 변수들 간에 존재하는 관계 정도를 분석하는 통계적 기법이다. 이변량 상관관계(bivariate correlation)는 두 변수들 간에 1차 선형관계를 갖는지 여부와 그 강도를 측정하는 것으로 변수들이 선형 관계를 갖는다는 가정이 전제될 때 의미가 있다. 다변량 상관관계(multivariate correlation) 분석은 셋 이상의 여러 변수들 간의 관계정도를 분석하기 위한 것이다. 비모수적 방법으로 많이 사용되는 분석 방법은 스피어만의 순위상관계수(Spearman rank correlation coefficient)와 켄달의 타우(Kendall's tau)를 이용한 방법이 있다. 각각의 분석 방법에 대하여 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

피어슨의 상관관계(Pearson's correlation) r 이란 두 변수들 간의 함수 관계를 직선으로 상정하고 산점도 상의 점들이 이 직선으로부터 얼마나 가까이 분포되어 있는지 나타내는 선형적 강도(linear intensity)를 구체화한 Pearson의 이름을 딴 분석 방법이고 다음과 같이 계산한다.

$$r = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X_i - \bar{X})^2 \sum (Y_i - \bar{Y})^2}}. \quad (4.2.1)$$

앞에서 언급한 피어슨의 상관계수는 변수들이 모두 등간척도일 때 사용하는 것이다. 그러나 변수들의 측정수준이 서열척도(ordinal scale)인 경우에는 스피어만의 순위상관계수(Spearman rank correlation coefficient) r_s 를 사용한다. 스피어만 상관계수는 피어슨 상관계수와는 다르게 선형적인 상관관계를 나타내지 않고 단순히 한

변수가 증가할 때 다른 변수가 증가하는지 감소하는지에 대한 관계만을 나타내는 것으로 켄달의 상관계수와 함께 대표적인 비모수적 상관계수이다. 식 (4.2.1)에서 사용된 X와 Y의 순위를 각각

$$\begin{aligned} R_i &= \{X_1, \dots, X_n\} \text{에서 } X_i \text{의 순위,} \\ S_i &= \{Y_1, \dots, Y_n\} \text{에서 } Y_i \text{의 순위} \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

로 정의하고, 식 (4.2.1)에서 X_i, Y_i 대신에 각각의 순위인 R_i, S_i 를 대입하면 통계량을 X와 Y의 상관계수를 나타내는 척도로 사용할 수 있다. 이것이 스피어만의 상관계수이며 식은 다음과 같다.

$$r_s = \frac{\sum (R_i - \bar{R})(S_i - \bar{S})}{\sqrt{\sum (R_i - \bar{R})^2 \sum (S_i - \bar{S})^2}}. \quad (4.2.3)$$

마지막으로 켄달의 타우(Kendall's tau)에 대하여 알아보자. 스피어만 상관계수와 비슷한 방식으로 서열척도 자료나 또는 서열척도로 변환한 자료를 이용해 두 변수들 간의 상관계수의 크기를 나타내는 값이다. 값의 범위는 피어슨 상관계수, 스피어만 상관계수와 함께 동일하게 -1에서 1사이에 존재한다. 확률표본 $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ 에서 i, j 번째 쌍에 대하여

$$\begin{aligned} X_i - X_j \text{와 } Y_i - Y_j \text{의 부호가 같으면 부합(concordant),} \\ X_i - X_j \text{와 } Y_i - Y_j \text{의 부호가 다르면 비부합(discordant)} \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

이라 하고, 부합성과 비부합성의 확률을 각각

$$\begin{aligned}\pi_c &= P[(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) > 0], \\ \pi_d &= P[(X_i - X_j)(Y_i - Y_j) < 0]\end{aligned}\quad (4.2.5)$$

이라 하자. 이 확률들을 이용하여 연관성의 측도인 켄달의 타우 τ 는

$$\tau = \pi_c - \pi_d \quad (4.2.6)$$

와 같이 계산한다. 더 자세한 상관계수 산출 방법은 이우주, 안재윤 (2013), 송문섭, 허문열 (2002)을 참고하라.

2. 유족연금을 이용한 부부의 생존기간 상관분석

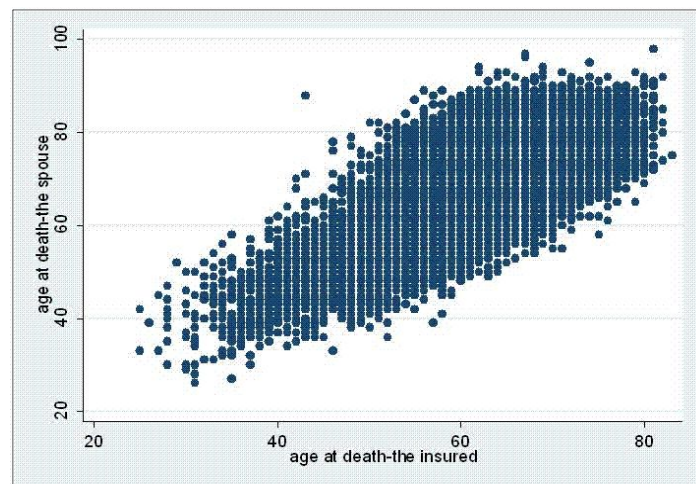
유족연금은 국민연금에 현재 가입자, 과거에 가입했던 사람, 장애 2급 이상으로 장애연금을 받고 있는 사람, 또는 노령연금을 받고 있는 사람이 사망했을 경우 유족에게 지급되는 연금이다. 유족연금의 목적은 앞에서 언급한 대상자들의 사망으로 생계가 어렵게 되는 배우자 및 자녀 등 부양가족을 보호하기 위한 것이다. 이 연금은 국민연금 본래의 가입자와 유가족 두 사람의 사망 시점 중 첫 번째 사망 발생 시점인 가입자의 사망 시점이 연금의 개시 시점이고, 마지막 사망(유가족 사망)이 발생할 때가 연금의 종료 시점이므로 유족연금은 연생연금의 한 종류로서 볼 수 있다.

국민연금의 유족연금을 지급받게 되는 유족은 부부, 자녀, 부모 등 굉장히 다양하나 본 연구에서는 사실혼까지 포함한 배우자가 유족일 경우의 데이터만을 사용하였다. 1986년부터 2013년 까지 국민연금의 유족연금을 지급한 계약들로부터 부부가 모두 사망한 데이터 19,988건을 이용하여 분석하였다. 다음의 <표 4-1>은 본 연구에서 사용한 자료에 대한 설명이고, 부부의 사망 순서와 상관없이 남편의 사망 나이

는 X로 정의하고, 여자 또는 부인의 사망 나이는 Y로 정의하여 상관분석을 하였다.

[표 IV-1] summary of data set(X: male's age at death, Y: female's age at death)

	no. of obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
X	19988	64.5043	10.79535	25	98
Y	19988	64.42335	8.545434	26	90



[그림 IV-1] scattergram of X and Y

<그림 4-1>은 부부 모두 사망한 데이터 19,988건을 이용하여 부부의 사망 연령 간의 산포도를 나타낸 것이다. 부부의 공통된 라이프 스타일은 그들의 잔존 생존기간에 영향을 줄 것이라는 것을 직관적으로 예상할 수 있다. 우리나라의 실제 부부 데이터를 이용하여 분석한 결과, Frees 등 (1996)이 부부의 생존기간 간에 상관성이 스피어만의 상관계수(Spearman's correlation coefficient)를 기준으로 0.49 정도의 상관성을 나타낸다고 언급한 것과 유사한 결과를 <그림 4-1>과 <표 4-2>로부터 확인할 수 있다.

[표 IV-2] correlation coefficients of X and Y

	Pearson (95% C. I.) Std. Err.	Spearman (95% C. I.) Std. Err.	Kendall's Tau-b (95% C. I.) Std. Err.
X and Y	0.5827***	0.5330***	0.3878***
X: male's age at death,	(0.5729, 0.5924)	(0.5222, 0.5439)	(0.3792, 0.3963)
Y: female's age at death	0.0050	0.0055	0.0043

* $p < 0.05$, ** $p < 0.01$, *** $p < 0.001$

참고로 <표 4-2> 상에서 표시되는 *, **, ***는 각각 모상관계수가 0이라는 귀무가설에 대하여 5%, 1%, 0.1% 유의수준에서 통계적으로 유의함을 뜻한다.

국민연금의 유족연금 데이터로부터 확인했듯이 보험에 함께 가입하는 가입자들은 서로 생사가 독립이라기보다는 종속적인 관계이기 때문에 이러한 점을 보험료 산출 시 고려할 필요가 있다. 다음 절 부터는 코플라 모형을 이용하여 상관성을 반영한 데이터를 이용하여 연생 보험의 보험료를 산출하는 방법에 대한 것이다.

제3절 상관성을 고려한 코플라 모형

1. 코플라 함수의 정의

코플라는 다변수 분포함수와 일변수 주변분포함수를 연결시키는 함수로서, 복잡한 상관성 구조를 고려하여 다변수 누적분포함수를 추정하는데 유용한 도구이다. 확률변수 $X_1, \dots, X_n$ 의 누적분포함수를 각각 $F_1, \dots, F_n$ 라고 할 때, 이 확률변수들의 결합분포함수 F 는 다음과 같이 코플라 함수 C 를 이용하여 정의할 수 있다.

$$F(x_1, \dots, x_n) = \Pr[X_1 \leq x_1, \dots, X_n \leq x_n] = C_\theta(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \equiv C_\theta(u_1, \dots, u_n). \quad (4.3.1)$$

즉, 주변분포함수인 $F_1, \dots, F_n$ 를 코풀라 함수 C 를 통해 n -차원의 다변량 결합분포인 $F(x_1, \dots, x_n)$ 와 같게 만들 수 있다는 것이다. Sklar (1959)는 n -차원 코풀라 C 를 다음과 같은 특성을 만족하는 함수라 정의하였다.

- 1) $C: [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$
- 2) C 는 “grounded” 함수이고, n -증가함수이다.
- 3) C 는 모든 $u \in [0, 1]$ 에 대하여 다음을 만족하는 주변분포함수 $C_i (i = 1, \dots, n)$ 를 갖는다.

$$C_i(u) = C(1, \dots, 1, u, 1, \dots, 1) = u$$

첫 번째 특성은 $u, v \in [0, 1] \times [0, 1]$ 의 값에 따라 $C \in [0, 1]$ 이 결정된다는 것이고, 두 번째 특성은 C 함수가 영에서 출발하여 증가하는 함수라는 것이다. 즉, 2-변량의 경우 $C(0, u) = C(u, 0) = 0$ 로 표현할 수 있다는 것이다. 그리고 마지막 특성은 2-변량의 경우 $C(u, 1) = u, C(1, u) = u$ 로 표현할 수 있다는 것이다. 이 세 가지 특성을 만족하는 코풀라 함수가 다변량 결합분포와 같다는 것은 Sklar의 정리에 따른 것이다.

[정리: Sklar's Theorem] F 를 주변분포함수가 $F_1, \dots, F_n$ 인 결합분포함수라 하자. 이 경우 모든 실수 $x_1, \dots, x_n$ 에 대하여 다음과 같은 관계를 만족하는 코풀라 함수 C 가 유일하게 존재한다.

$$F(x_1, \dots, x_n) = C(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))$$

이는 결합분포를 각 확률변수들의 주변분포들과 의존관계를 나타내는 코풀라 함수 C 로 분해할 수 있음을 나타낸다.

[보조정리] F 가 n -차원의 다변량 결합분포함수를 나타내고, $F_1, \dots, F_n$ 를 연속인 주변

분포함수라 하며 코플라 함수 C 를 갖는다고 하자. 모든 $u = (u_1, \dots, u_n) \in [0, 1]^n$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$C(u_1, \dots, u_n) = F(F_1^{-1}(u_1), \dots, F_n^{-1}(u_n))$$

단, F_i^{-1} 는 F_i 의 일반역함수를 나타낸다.

2. 생존 함수 추정 및 가우시안 코플라

부부가 가입하는 연생 보험에서 부부의 생존 기간은 서로 상관된 확률변수이며, 이들의 생사 여부에 따라 보험금을 지급하는 보험의 보험료를 계산할 때 이들의 결합분포함수가 필요하다. 코플라의 종류는 매우 다양하지만 이번 절에서는 가우시안 코플라를 사용하였고 가우시안 코플라의 정의는 다음과 같다.

$$C(u, v) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{x^2 - 2\rho xy + y^2}{2(1-\rho^2)}\right\} dy dx. \quad (4.3.2)$$

그리고 결합분포함수는 각각의 주변분포함수들의 함수와 코플라 함수의 결합으로

$$F_{T_x, T_y}(t_1, t_2) = C[F_{T_x}(t_1), F_{T_y}(t_2)] \quad (4.3.3)$$

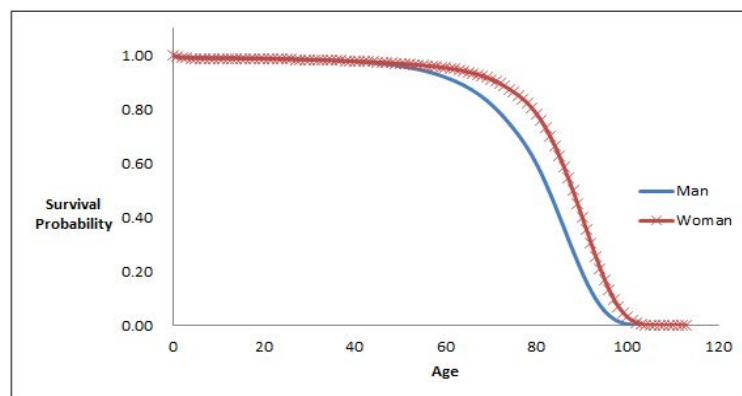
이 된다. 함수 C 는 가우시안 코플라 함수이다. 따라서 나이 x 세인 남자의 주변분포 함수 $F_{T_x}(t_1)$ 와 나이 y 세인 여자의 주변분포 함수 $F_{T_y}(t_2)$ 가 주어졌을 때, 부부의 생존 기간에 대한 결합분포함수를 가우시안 코플라를 사용하여 표현하면

$$F_{T_x, T_y}(t_1, t_2) = C(F_{T_x}(t_1), F_{T_y}(t_2)) \quad (4.3.4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(F_{T_x}(t_1))} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(F_{T_y}(t_2))} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{x^2-2\rho xy+y^2}{2(1-\rho^2)}\right\} dy dx$$

로 나타낼 수 있다. 주목해야 할 점은 ρ 가 0이면 가우시안 코플라의 형태는 확률 변수간의 독립을 의미하는 주변분포함수의 곱의 형태로 표현이 된다. 따라서 결합 확률분포를 계산함에 있어서 먼저 주변분포함수를 추정해야 한다.

4장에서는 제 7회 경험생명표로부터 남자와 여자의 각 나이별 생존확률을 계산한 후, 각 나이별 생존 확률을 잘 반영하는 고펜퍼츠 분포(Gompertz distribution)의 모수를 결정하여 주변분포 함수를 추정한다. 모수를 결정하는 방법은 최소제곱법을 이용하였으며, 가우시안 코플라를 이용하여 각각 추정된 주변확률분포를 결합분포 함수로 바꾸어 사용한다. 경험생명표에 대한 추가적인 논의를 원하는 독자들은 홍연웅 등 (1997)을 참고하라.



[그림 IV-2] comparison between male and female's survival function

<그림 4-2>은 경험생명표 상의 남자와 여자의 생존확률을 나타낸 것이다. <그림 4-2>로부터 확인할 수 있듯 여자의 평균여명이 남자의 평균여명에 비해 더 길다

는 것을 알 수 있다. 제 7회 경험생명표에서 추출한 각 나이별 생존율을 연속 함수인 고펜르츠 생존함수(Gompertz survival function)를 사용하여 적합시킨다. 이러한 적합의 이유는 이산형 확률분포를 통하여 난수를 발생하는 것보다 연속형 분포함수를 통하여 난수를 발생시키는 것이 계산이 편리하고 효율적이기 때문이다. 이렇게 적합시킨 분포 함수는 다음 절에서 가입자 두 명의 생존을 다루는 사망 보장 상품인 연생 생명보험과 생존 시 연금 지급하는 상품인 연생 생명연금에 대하여 보험료를 산출할 때 사용된다.

경험생명표에 반영된 생존함수를 고펜르츠 분포로 가정하고, 각각의 모수를 최소제곱법을 사용하여 찾아내었다. 모수를 찾는데 사용된 고펜르츠 분포함수는 다음과 같고, 추정된 모수의 값은 <표 4-3>과 같다.

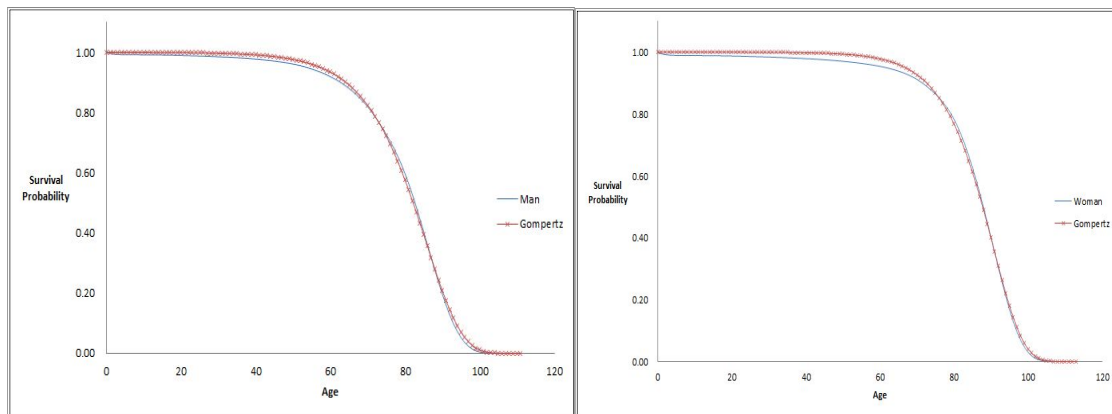
$$F_{T(x)}(t) = 1 - \exp \left\{ e^{\frac{(x-m)}{\sigma}} (1 - e^{t/\sigma}) \right\}. \quad (4.3.5)$$

[표 IV-3] estimated parameters of Gompertz distribution

	male	female
$\hat{m}$	85.69	90.70
$\hat{\sigma}$	9.57	8.01
D	0.09279	0.04608
Critical Value	0.122 ($\alpha=0.10$) 0.136 ($\alpha=0.05$)	

위의 식 (4.3.5)는 Carriere (1994)가 제안한 식으로 기존의 고펜르츠 분포함수 공식을 모수 추정에 알맞게 변형시킨 식이며, 모수 m 은 최빈값(mode)을 나타내고, 모수 σ 는 위치를 나타낸다. 또한 추정된 분포에서 발생시킨 난수와 경험생명표에 나타난

생존확률 간의 K-S test를 시행한 결과 남자와 여자의 검정통계량 D값은 <표 4-3>과 같았고, 유의수준 10%, 5%에서 모두 경험생명표의 분포가 추정된 분포를 따른다고 할 수 있다. 생명표의 생존함수와 추정된 고펜르츠 생존함수를 남자와 여자 각각 비교해 본 결과는 <그림 4-3>과 같다.



[그림 IV-3] comparison of experience life table and estimated survival function

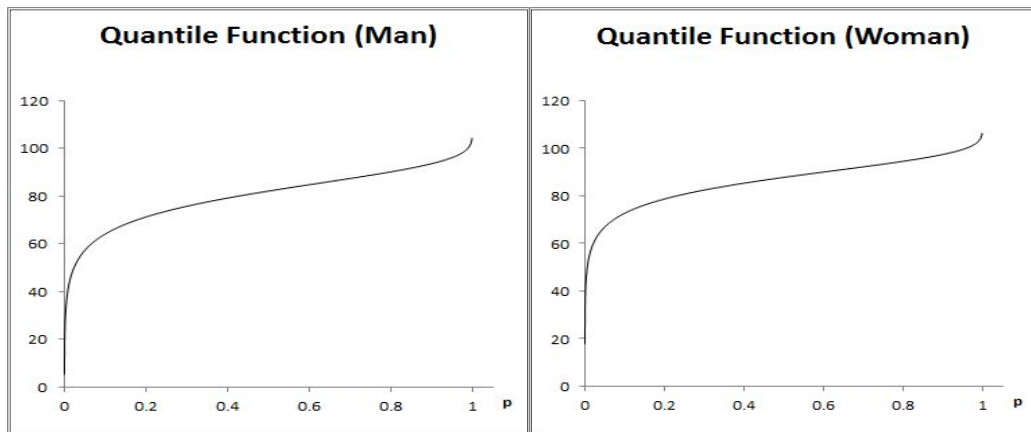
3. 상관성을 반영한 두 생존 기간의 난수 발생

가. 주변 분포(marginal distribution)를 따르는 난수 발생 방법

각각의 주변확률분포를 따르는 난수를 발생시키는 방법으로 역 변환법을 사용한다. 고펜르츠 분포의 누적분포함수 식 (4.3.5)를 이용하여 역함수를 구해보면 식 (4.3.6)을 구할 수 있으며, 이 함수는 나이가 x 세인 사람의 생존 시간을 나타내는 분위수 함수(quantile function)을 의미한다.

$$VaR_p(T_x) = \sigma \ln \left(1 - \exp \left(- \frac{(x-m)}{\sigma} \right) \ln(1-p) \right) \quad (4.3.6)$$

에 추정된 모수 값을 대입한 후 남자와 여자의 분위수 함수를 그려보면 <그림 4-4>와 같다.

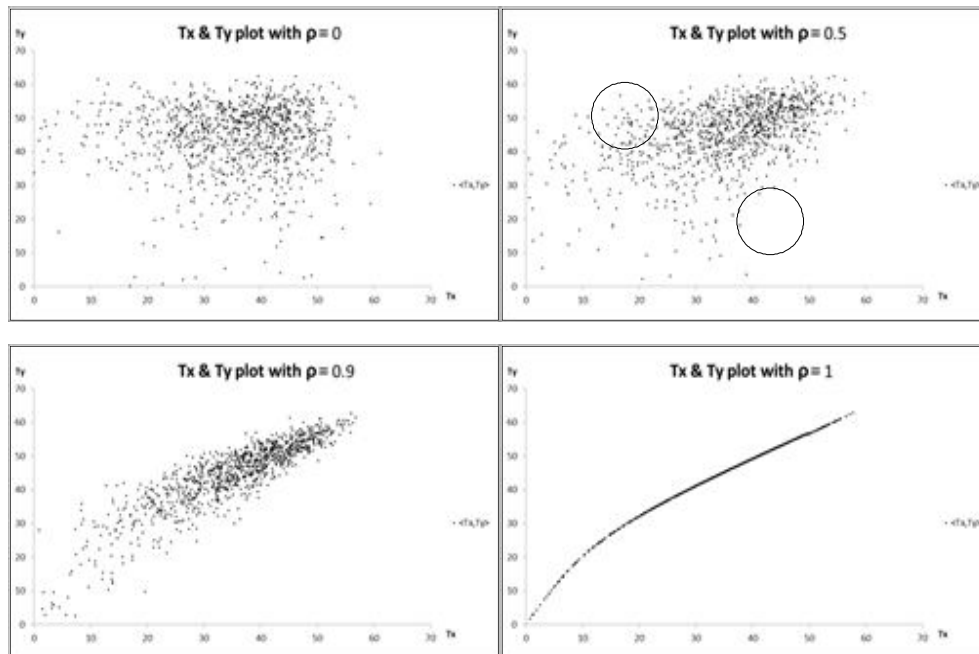


[그림 IV-4] estimated quantile functions

나. 가우시안 코플라를 이용한 상관된 확률 벡터 발생

4장에서 가우시안 코플라를 사용하는 이유는 Wang (1999)이 Frees, Valdez (1998)의 논문에 대한 discussion paper에서 언급했듯, 오직 가우시안 코플라만이 임의의 공분산 행렬을 다룰 수 있게 해주며, 그러면서도 효율적인 계산과정을 유지할 수 있기 때문이다. 또한 가우시안 코플라의 모수 ρ 는 이변량 정규분포에서와 같이 두 분포의 상관성을 나타내는 모수이며, ρ 값이 0이면 독립, 양수이면 양의 상관성, 음수이면 음의 상관성을 갖는 일반적인 상관계수(correlation coefficient)와 해석이 일치하는 편리성이 있으며, 동시에 다변수로의 확장도 용이하다. 먼저 앞에서 추정된 분포를 따르는 남자와 여자의 미래 생존 기간에 대한 확률 벡터를 가우시안 코

폴라의 ρ 를 변화시키면서 발생시켰다. 가우시안 코폴라를 이용한 난수발생 방법에 대한 자세한 내용은 Klugman 등 (2010)과 Wang (1999)을 참고하라.



[그림 IV-5] patterns of correlated random vectors (T_x, T_y)

부부를 대상으로 하는 보험 상품의 경우 부부의 장래 생존 기간은 양의 상관관계를 가진다는 가정이 합리적일 것이다. 따라서 본 연구에서는 독립 가정부터 양의 상관성을 점차 증가시켜 난수를 발생시켰으며, 난수의 패턴을 보면 독립인 경우보다 상관성이 강할수록 <그림 4-5>의 동그라미 영역 주변의 값이 더 적게 발생하는 것을 확인 할 수 있었다. 이것은 가입자의 생존 기간이 독립이라면 배우자의 사망 여부가 또 다른 배우자의 생존기간에 영향을 끼치지 않기 때문에 난수의 분포가 랜덤하게 발생하지만, 상관성이 높아지면 서로의 사망 여부에 영향을 받기 때문에 사망 시점이 크게 차이가 나지 않을 수도 있음을 보여준다.

다. 상관성을 고려한 연생 함수의 분포 비교

연생보험의 보험료 계산에 사용되는 몇 가지 확률변수를 정의하자. 보험을 가입 할 때의 연령이 x 세인 남자와 y 세인 여자의 장래 생존기간에 대한 확률변수를 T_x 와 T_y 라 할 때, 다음과 같은 연생 확률 변수를 정의할 수 있다. 두 가입자 중 첫 번째 사망이 발생할 때까지 걸리는 시간을 확률변수

$$T_{xy} = \text{Min}(T_x, T_y) \quad (4.3.7)$$

로 정의 할 수 있고, 마지막 사망이 발생할 때까지 걸리는 시간을 확률변수

$$T_{\overline{xy}} = \text{Max}(T_x, T_y) \quad (4.3.8)$$

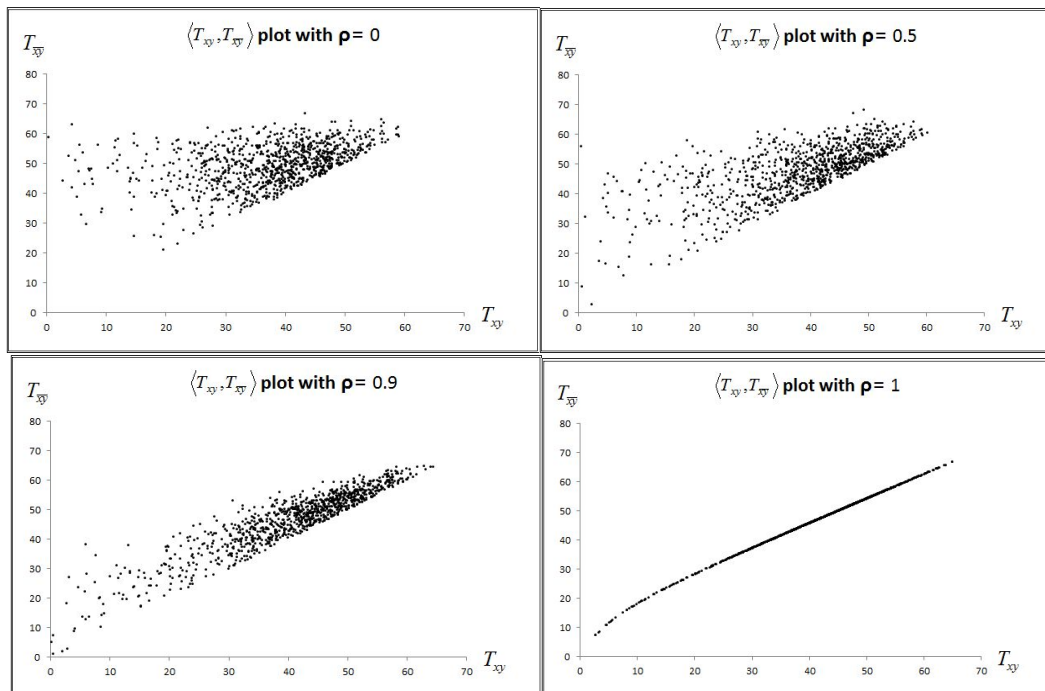
로 정의할 수 있다. T_{xy} 와 $T_{\overline{xy}}$ 관계를 살펴보기 위하여 다음과 같은 관계식

$$\text{Max}(T_x, T_y) = \text{Min}(T_x, T_y) + |T_x - T_y| \quad (4.3.9)$$

을 생각하자. 식 (4.3.9)의 직관적인 의미는 마지막에 사망한 사람의 생존기간 ($\text{max}(T_x, T_y)$)은 첫 번째로 사망한 사람의 생존기간($\text{min}(T_x, T_y)$)에 두 명의 사망시기의 격차($|T_x - T_y|$, time-lag)를 더해주는 것과 같다는 것이다. 즉, T_x 와 T_y 의 상관관계에 따라서 두 명의 사망시기의 격차가 영향을 받게 되므로, T_{xy} 와 $T_{\overline{xy}}$ 의 상관성에 영향을 주는 것이다.

[표 IV-4] mean and variance of T_{xy} and $T_{\overline{xy}}$

	T_{xy}		$T_{\overline{xy}}$	
$Corr(T_x, T_y)$	Sample Mean	Sample Var.	Sample Mean	Sample Var.
0	37.13131	113.0603	49.99154	49.80457
0.5	38.78795	134.4488	48.35825	73.75241
0.9	40.56953	140.7218	46.67337	104.7848
1	40.78768	131.1679	46.33843	101.4898



[그림 IV-6] patterns of correlated random vectors: $(T_{xy}, T_{\overline{xy}})$

남자와 여자 각각 가입 연령 40세를 가정하고 뽑아낸 1000개의 난수에 대하여 계산한 T_{xy} 와 $T_{\overline{xy}}$ 각각의 표본평균과 표본분산은 <표 4-4>와 같고, 상관계수 별 산점도(scatter plot)는 <그림 4-6>과 같다. 먼저 <표 4-4>를 보면, 두 명의 가입자 중 첫

번째 사망자가 발생할 때까지의 시간을 나타내는 확률변수 T_{xy} 의 분포의 평균이 상관성이 증가함에 따라 점점 증가한다. 반대로 마지막 사망이 발생할 때까지 걸리는 시간인 $T_{\overline{xy}}$ 의 경우 상관성이 증가함에 따라 점점 평균이 감소한다. 이러한 경향은 <그림 4-6>에서도 나타나는데 독립일 때는 산점도의 좌측 상단의 값이 많이 나타나 는 반면, 상관성이 증가할수록 좌측 하단의 값이 많이 발생한다. 이는 확률 변수 T_{xy} 의 분포가 독립 가정 일 때에 비해 가입 후 단기간 안에 마지막 사망이 발생할 확률이 증가한다는 것을 의미하며, 이것은 <표 4-4>에서 T_{xy} 의 평균이 감소하는 현상과 일치한다. 서로의 상관성이 증가하면서 한 명이 먼저 사망했을 경우 나머지 한 명이 장수하는 확률이 작아지는 것을 의미한다. 이와 같은 현상을 T_{xy} 와 $T_{\overline{xy}}$ 의 누적분포함수를 이용하여 생각해보자. T_{xy} 의 누적분포함수는

$$P(T_{xy} \leq t) = 1 - P(\min[T_x, T_y] > t) = 1 - P(T_x > t \cap T_y > t) \quad (4.3.10)$$

로 나타낼 수 있으며, 식 (4.3.10)에서 마지막 항은 조건부 확률을 이용하여 식 (4.3.11)와 같이 바꾸어 생각할 수 있다.

$$P(T_x > t \cap T_y > t) = P(T_x > t)P(T_y > t | T_x > t) \\ = P(T_y > t)P(T_x > t | T_y > t). \quad (4.3.11)$$

식 (4.3.11)에서 조건부 확률 $P(T_x > t | T_y > t)$ 와 $P(T_y > t | T_x > t)$ 의 값이 독립일 때보다 양의 상관관계를 가질 때 더 큰 값을 가지기 때문에, 독립일 때의 누적분포함수보다 더 작은 값을 갖는다. 누적분포 함수가 작아진다는 것은 가입 후 단기간 안에 사망할 확률들이 뒤로 밀려 평균이 증가하고, 분산이 증가한다는 것이다. 즉, T_{xy} 는 독립일 때보다 더 넓고 고르게 분포하게 된다. $T_{\overline{xy}}$ 의 누적분포함수는

$$P(T_{xy} \leq t) = P(\max[T_x, T_y] \leq t) = P(T_x \leq t \cap T_y \leq t) \quad (4.3.12)$$

으로 나타낼 수 있고, 식 (4.3.12)의 마지막 확률 값 역시 조건부 확률을 이용하여 식 (4.3.13)과 같이 생각할 수 있다.

$$\begin{aligned} P(T_x \leq t \cap T_y \leq t) &= P(T_x \leq t)P(T_y \leq t | T_x \leq t) \\ &= P(T_y \leq t)P(T_x \leq t | T_y \leq t). \end{aligned} \quad (4.3.13)$$

역시 $P(T_x \leq t | T_y \leq t)$ 와 $P(T_y \leq t | T_x \leq t)$ 의 값이 독립 가정일 때 보다 더 큰 값을 갖게 되므로, <그림 4-6>에서의 T_{xy} 산점도의 변화와 일치한다.

이번 장의 이론적 배경이 되는 코폴라 모형과 추정 방법에 대한 사항은 Nelsen (1999), Klugman 등 (2010), Umberto 등 (2004)등을 참조하였다. 그리고 보험계리적 모형은 Bowers 등 (1997)과 Dickson 등 (2009) 등을 참고하였다. 또한 보험에 대한 추가적인 논의를 이해하길 원하는 독자는 백혜연 등 (2013)을 참고하라.

제4절 독립가정에서 연생 상품의 보험료 분석

1. 연생 생명보험의 보험료 산출 공식 및 산출 결과

확률변수 T_{xy} 와 T_{xy} 들 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립할 수 있다.

$$v^{T_{xy}} + v^{T_{xy}} = v^{T_x} + v^{T_y}, \text{ 단 } T_x > 0, T_y > 0. \quad (4.3.1)$$

v^{T_x} 는 x세 가입자가 T_x 시점에 사망 시 지급되는 보험금 1원에 대한 현재 가치이다.

여기서 $v^{T_{xy}}$ 와 $v^{\overline{T_{xy}}}$ 를 정의하기 위해서는 x세 가입자와 y세 가입자 둘 다 살아있어야 하므로 식 (4.3.1)의 등식 오른쪽의 조건이 반드시 들어가야 한다. 식 (4.3.1)의 좌변 식과 우변 식이 일치하는 이유는 두 가입자들의 사망 순서가 정해진다면 결국 각각의 사망 시 지급되는 보험금 현가의 합에는 변함이 없기 때문이다. 또, 식 (4.3.1)에 대하여 기댓값을 취하면 다음 식을 유도할 수 있다.

$$E[v^{T_{xy}}] + E[v^{\overline{T_{xy}}}] = E[v^{T_x} | T_y > 0] + E[v^{T_y} | T_x > 0]. \quad (4.3.2)$$

T_x 와 T_y 가 독립이라면, 뒤에 붙은 조건부가 사라져 식 (4.3.3)가 성립하게 된다.

$$\overline{A}_{xy} + \overline{A}_{\overline{xy}} = \overline{A}_x + \overline{A}_y \quad (4.3.3)$$

식 (4.3.3)의 $\overline{A}_x$ 는 x세에 가입한 가입자가 사망할 경우 보험금 1원을 즉시 지급하는 종신보험의 일시납보험료(net single premium) 또는 보험 수리적 현가(actuarial present value)를 뜻하며, 통계적으로는 다음과 같이 미래의 T_x 시점의 현금흐름에 대한 현재 가치의 기댓값이라고 생각하면 된다.

$$\overline{A}_x = E[v^{T_x}]. \quad (4.3.4)$$

$\overline{A}_{\overline{xy}}$ 는 최종생존자상태(last-survivor status)의 종신보험(whole-life insurance)의 현재 가치를 의미하며, 마지막 사망 발생 시 보험금을 즉시 지급하는 경우이다. 따라서 T_x 와 T_y 의 독립 가정 하에서는 $\overline{A}_{xy}$ 값을 산출 시, $\overline{A}_x$ 와 $\overline{A}_y$ 그리고 $\overline{A}_{xy}$ 값을 이용하여 구할 수 있다. 이제 $\overline{A}_{xy}$ 을 산출하는 방법을 소개하고 이를 이용하여 $\overline{A}_{\overline{xy}}$ 값을 구하도록 하자. 식 (4.3.3)에 대한 자세한 논의를 원하는 독자는 Youn 등 (2002)을 참

고하라.

부부가 함께 가입하는 결합생존상태(joint-life status)의 종신보험은 계약 기간 내에 배우자가 사망 시 사망보험금 1원을 지급하는 보험으로, 일시납보험료 산출 공식은 다음과 같다.

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} {}_t p_{xy} \mu_{xy}(t) dt. \quad (4.3.5)$$

식 (4.3.5)에서 부부의 장래 생존 기간이 독립임을 가정하면 식 (4.3.6)와 같다.

$$\bar{A}_{xy} = \int_0^{\infty} e^{-\delta t} {}_t p_x {}_t p_y (\mu_x(t) + \mu_y(t)) dt. \quad (4.3.6)$$

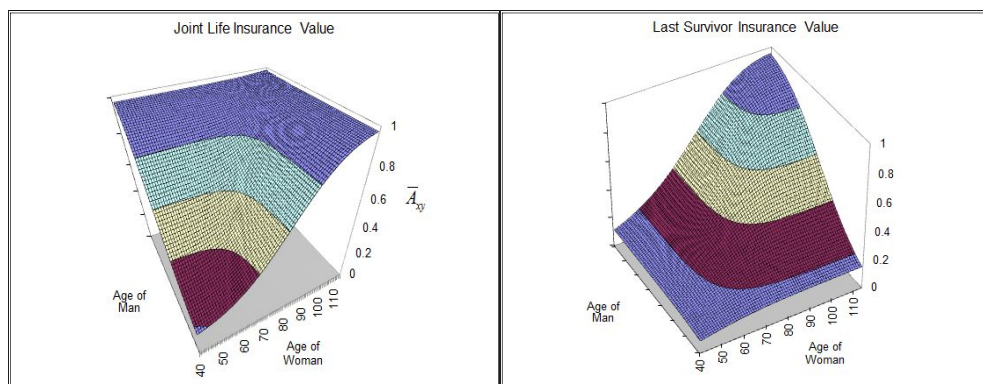
한편, 부부가 모두 사망할 경우 보험금의 수혜자가 자녀 혹은 제3자가 되는 보험을 생각해 볼 수 있는데, 이러한 최종생존자상태의 종신보험은 식 (4.3.3)를 이용하여 다음의 식(4.3.7)와 같이 일시납 보험료를 산출한다.

$$\begin{aligned} \bar{A}_{\overline{xy}} &= \int_0^{\infty} e^{-\delta t} {}_t p_{\overline{xy}} \mu_{\overline{xy}}(t) dt \\ &= \int_0^{\infty} e^{-\delta t} {}_t p_x \mu_x(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-\delta t} {}_t p_y \mu_y(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\delta t} {}_t p_{xy} \mu_{xy}(t) dt. \end{aligned} \quad (4.3.7)$$

아래의 <그림 4-6>은 남자와 여자의 가입당시 연령에 따른 연생 보험의 일시납 보험료의 변화 추이를 3차원 그래프로 나타낸 것으로 그래프의 한 점은 남자의 가입연령과 여자의 가입연령에 따른 연생 보험의 가치를 나타낸다. 먼저 결합생존자상태 생명보험의 그래프를 살펴보면 가입자의 연령이 증가함에 따라서 보험 수리적 현가는 증가하는 추세를 보이고 있으며, 두 명의 가입자 중 한명이라도 고연령층에 속해 있을 경우 일시납보험료는 상승한다. 이것은 결합생존자상태 생명보험이 첫

번째 사망이 발생했을 경우 1원의 보험금을 주는 것이므로 둘 중 한명이라도 조기에 사망하는 확률이 커지면 그만큼 현재가치의 기댓값에 반영되기 때문이다. 반대로 최종생존자상태 생명보험에서는 두 명의 가입자 모두 나이가 많아야만 이 보험료의 상승이 일어나는데, 이 경우에만 보험금을 조기에 지급할 확률이 커지기 때문이다.

독립가정 하에서의 보험료 계산 시 수치적분 방법을 사용하였으며, 심프슨의 공식(repeated Simpson's rule)을 이용하였다. 이 절에서 설명한 수치적분에 대한 사항은 Chapra (2008) 등을 참고하라.



[그림 IV-7] premiums of multiple life by couple's age

2. 연생 생명연금의 보험료 산출 공식

앞 절에서 연생보험 상품 중 생명보험을 다뤘으나, 이번 절에서는 연생보험 상품 중 생명연금에 대해 알아본다. 연금에는 지급기간이 10년, 혹은 20년으로 정해진 확정연금이 있는 반면, 연금의 지급 기간이 확정되지 않고 확률변수로 나타나는 생명연금도 존재한다. 두 명의 가입자 중 첫 번째 사망이 발생할 때까지 연금을 지급

하는 상품이나 마지막 사망이 발생할 때까지 연금을 지급하는 상품이 대표적인 예이다. 이러한 상품의 지급기간은 앞 절에서 설명하였던 $T_{xy} = \min(T_x, T_y)$, $T_{\overline{xy}} = \max(T_x, T_y)$ 로 표현할 수 있다.

두 명의 가입자 중 첫 번째 사망이 발생할 때까지, 즉 두 가입자가 모두 생존해 있는 동안 매년 1원씩을 연속 지급하는 결합생존상태(joint-life status)의 종신연금(whole-life annuity)의 확률변수는

$$\bar{a}_{\overline{T_{xy}}|} = \frac{(1-v^{T_{xy}})}{\delta}, \quad T_{xy} > 0 \quad (4.3.8)$$

라고 정의하고, 이러한 확률변수에 기댓값을 취하면 연금의 연금액들의 현재가치에 대한 기댓값을 구할 수 있으며, 계리기호로 $\bar{a}_{xy}$ 로 나타낸다.

$$\bar{a}_{xy} = E[\bar{a}_{\overline{T_{xy}}|}] = \int_0^{\infty} \frac{(1-v^t)}{\delta} {}_t p_{xy} \mu_{xy}(t) dt. \quad (4.3.9)$$

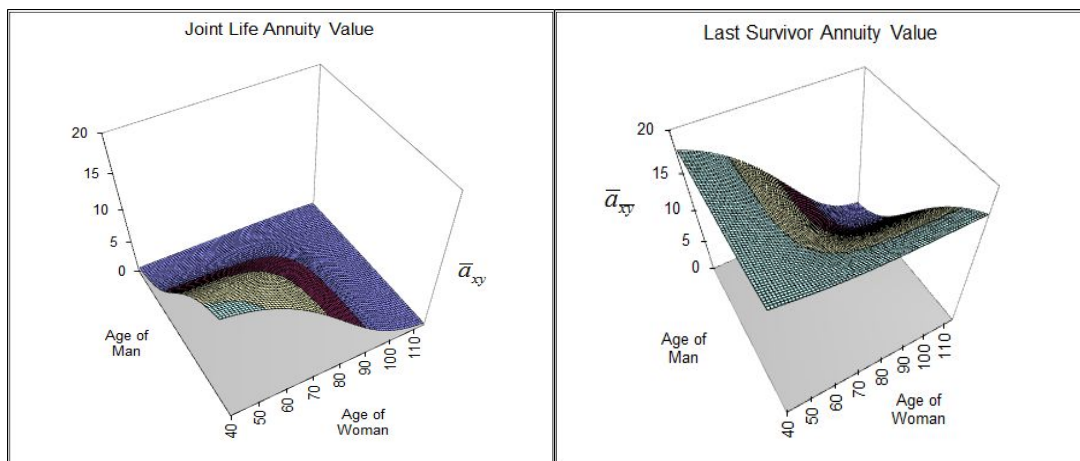
식 (4.3.9)의 적분 부분을 정리하면 다음과 같은 생명연금(life annuity)과 생명보험(life insurance) 기댓값 간의 관계식을 나타낼 수 있다.

$$\bar{a}_{xy} = \frac{(1 - \bar{A}_{xy})}{\delta}. \quad (4.3.10)$$

식 (4.3.10)과 유사하게 최종생존자상태의 종신연금과 종신보험 기댓값 간의 관계식도 성립한다.

$$\bar{a}_{\overline{xy}} = \frac{(1 - \bar{A}_{\overline{xy}})}{\delta}. \quad (4.3.11)$$

<그림 4-7>은 연생연금에 대한 가치를 식 (4.3.10)과 식 (4.3.11)을 사용하여 구한 결과이다. 먼저 두 명의 가입자 모두 살아있는 기간 동안 연금을 지급하는 결합생존상태 종신연금의 가치의 경우, 가입자의 나이가 젊을수록 높게 산출되었다. 이것은 나이가 어릴수록 평균여명이 길기 때문이며 둘 다 동시에 생존해 있어야 계약이 유지되므로, 한명이라도 고연령층에 속하게 되면 $\bar{A}_{xy}$ 의 값이 1에 가까워져 그 가치가 급격하게 하락한다. 반대로 둘 중 한명이라도 살아있을 경우 연금을 지급하는 최종생존자상태의 생명연금의 가치는 두 명의 가입자 중 한명이라도 저연령층에 속할 경우 높게 나타나는데, 이 경우 역시 연금 지급 종료 시점이 저연령층의 기대여명에 의존할 확률이 높기 때문이다. <그림 4-7>은 이러한 현상을 잘 설명해 주고 있다. 다음 절에서는 가입자의 장래 생존기간에 대하여 상관관계를 가정하여 보험료를 산출해 보고, 이번 절에서 산출한 독립 가정의 보험료 대비 변화를 가우시안 코폴라를 통하여 분석한다.

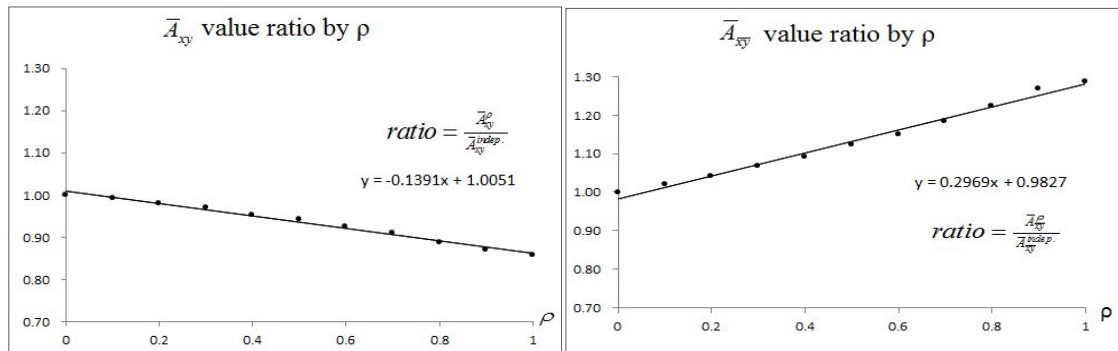


[그림 IV-8] premiums of multiple-life annuity by multiple-insured's age

제5절 종속가정에서 연생 보험의 보험료 분석

1. 종속 가정에서 ρ 의 값에 따른 보험료 비교

이번 절에서는 독립가정에서 계산한 보험의 가치가 상관성이 반영되면 어떻게 변하는지에 대하여 알아본다. 이력을 0.05로 고정시키고, 가입자의 나이를 남자 40세, 여자 40세로 고정시킨 후, 코폴라에 다양한 상관 모수의 값을 대입해 보며 결합 생존상태의 종신보험과 최종생존자상태의 종신보험의 보험료를 산출해 보았다. <그림 4-9>의 왼쪽 그래프는 첫 번째 사망이 발생할 때 보험금을 지급하는 보험(결합 생존상태의 종신보험)에 대하여 독립 가정 대비 종속 가정 보험료의 비율을 나타냈으며, 오른쪽 그래프는 마지막 사망이 발생할 때 보험금 지급하는 보험에 대하여 동일한 방식으로 보험료 비율을 나타낸 것이다. 결합생존상태의 종신보험의 보험료를 살펴보면, 부부의 장래 생존기간이 양의 상관관계가 강할수록 독립 가정 하에서 계산한 보험료의 86%까지 감소하였다. 이러한 현상은 부부의 장래 생존기간이 양의 상관관계를 가진다고 가정하였을 때, 첫 번째 사망이 가입 후 단기간 안에 발생할 확률이 ρ 의 증가에 따라서 감소하고, 또한 보험금의 기대 지급시점이 멀어지기 때문에 보험료의 크기가 감소하게 된다는 사실과 일치한다.



[그림 IV-9] ratio of life insurance by degree of correlation

[표 IV-5] ratio of life insurance by degree of correlation

ρ	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\bar{A}_{xy}$ ratio	1.00	0.98	0.95	0.93	0.89	0.86
$\bar{A}_{\overline{xy}}$ ratio	1.00	1.04	1.09	1.15	1.22	1.28

[표 IV-6] linear regression result : insurance value ratio vs. coefficient of correlation

$\bar{A}_{xy}^{\rho} / \bar{A}_{xy}^{\rho=0}$	Coefficient	s.e.	t-test	p-value
Intercept	1.008957	0.003131	322.2767	< 0.0001
Slope	-0.14732	0.005292	-27.8382	< 0.0001
$\bar{A}_{\overline{xy}}^{\rho} / \bar{A}_{\overline{xy}}^{\rho=0}$	Coefficient	s.e.	t-test	p-value
Intercept	0.982736	0.00604	162.7056	< 0.0001
Slope	0.296919	0.010209	29.08287	< 0.0001

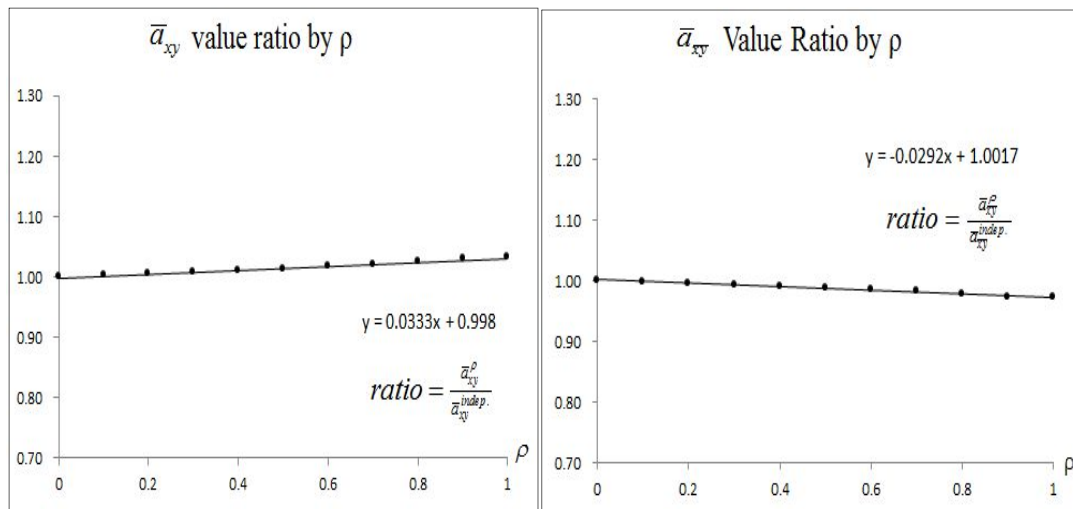
반대로 최종생존자상태의 종신보험의 보험료를 살펴보면, 상관성을 가정한 보험료의 크기가 독립 가정 하에서 계산한 보험료의 128%까지 증가하게 된다. 이와 같이 최종생존자상태의 종신보험의 보험료가 증가하는 이유는 종속 가정을 적용할 경우, 두 번째 사망의 발생 시기 T_{xy} 의 분포가 앞당겨지는 효과가 나타나기 때문에 이로 인해 현재 가치가 더 커지게 된다. 따라서 독립 가정을 적용하여 최종생존자상태에 관련한 생명보험 상품의 보험료를 산출한다면, 보험회사가 실제로 받아야 될

보험료보다 훨씬 낮게 책정이 될 수 있는 문제점이 있다. 회귀분석 결과인 <표 4-6>을 보면 상관계수를 독립변수로 한 회귀분석의 결과 상관관계에 따른 보험의 가치 변화가 모두 유의한 것으로 나타났다.

Frees 등 (1996)는 실증 데이터를 가지고 모수를 추정한 결과 부부의 상관계수가 스피어만 상관계수 기준 95% 신뢰구간 (0.41, 0.56) 사이에 위치하고 있다고 언급하였다. 이러한 결과를 본 연구에서 산출한 결과에 대입하여 생각하면 결합생존상태 생명보험의 경우 독립가정 보험료의 약 94%의 값을 가지며, 최종생존자상태 생명보험의 경우 독립 가정 보험료의 112%의 값을 가진다. 이러한 점은 연생 보험의 가치를 산출함에 있어서 가입자들 간의 상관성을 반영해야 함을 시사한다.

다음으로는 생명연금 상품에 대하여 살펴보도록 한다. 첫 번째 사망이 발생할 때까지 1원씩 연속적으로 지급을 하는 생명연금의 경우에는 상관관계가 미치는 영향이 생명보험의 경우에 비해 상대적으로 미미한 경향을 보였는데, 이러한 이유는 연금의 가치에 직접적인 영향을 미치는 요소가 대부분 가입초기에 지급하는 금액에 영향을 많이 받는 데에서 기인한다. 즉, T_{xy} 의 분포가 상대적으로 뒤로 밀려서 연금을 지급하는 기간이 길어진다고 하여도 그 증가된 기간만큼의 이자율 할인 요소가 적용이 되며, 실제 연금의 가치의 대부분을 차지하는 금액들이 지급되는 기간 대부분을 공유하고 있기 때문이다. <표 4-8>은 상관계수를 독립변수로 하여 회귀분석을 한 결과이고 상관계수에 따른 연금의 가치 변화가 모두 통계적으로 유의한 것으로 나타났다.

이제까지 연생보험과 연생연금의 가치가 가입자 상관성에 따라 어떻게 변화하는지를 살펴보았다. 이 두 상품은 보험회사에서 판매되는 대부분의 연생 상품들의 기반이 되는 요소이다. 따라서 보험회사들은 보험료를 산출할 때 가입자들의 상관성을 반영하여 보험료를 차등 적용해야 할 필요성이 있다.



[그림 IV-10] ratio of life annuity by degree of correlation

[표 IV-7] ratio of life annuity by degree of correlation

ρ	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
$\bar{a}_{xy}$ ratio	1.00	1.00	1.01	1.02	1.03	1.03
$\bar{a}_{\overline{xy}}$ ratio	1.00	1.00	0.99	0.99	0.98	0.97

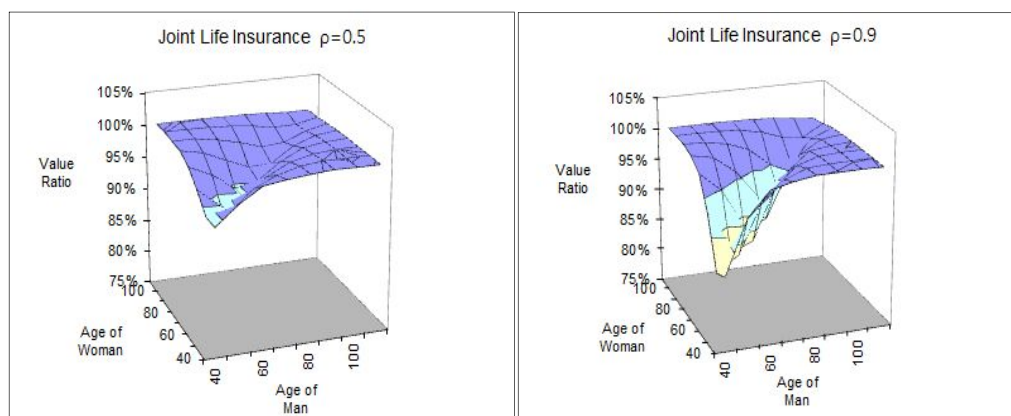
[표 IV-8] linear regression result : annuity value ratio vs. coefficient of correlation

$\bar{a}_{xy}^{\rho} / \bar{a}_{xy}^{\rho=0}$	Coefficient	s.e.	t-test	p-value
Intercept	0.997977	0.000707	1411.155	< 0.0001
Slope	0.033278	0.001195	27.83818	< 0.0001
$\bar{a}_{\overline{xy}}^{\rho} / \bar{a}_{\overline{xy}}^{\rho=0}$	Coefficient	s.e.	t-test	p-value
Intercept	1.001697	0.000594	1687.336	< 0.0001
Slope	-0.02918	0.001003	-29.0829	< 0.0001

2. 가입 연령과 상관성 정도에 따른 보험료 분석

보험가입자의 나이에 따라 상관성에 영향을 받는 정도를 살펴보기 위하여 남자 나이 40세에서부터 110세, 여자 나이 40세부터 110세까지의 보험료를 구하고, 기준이 되는 독립 가정시의 보험료로 나누어 독립가정 보험료 대비 증감을 퍼센트로 나타내었다. <그림 4-11>과 <그림 4-12>를 보면 연생 생명보험의 경우 남자와 여자의 가입연령 차이가 적을수록 상관성에 영향을 크게 받았다. 실제로 우리나라 부부들의 나이 차이의 대부분이 10살 이하인 것을 고려해 보았을 때, 보험료 산출의 대부분의 경우가 상관성의 영향을 많이 받는 범주에 들어감을 알 수 있다. 이는 가입자들의 상관성이 보험료에 영향을 미친다는 앞 절의 내용과 함께 보험사에서 판매하는 상품의 대부분이 상관성 리스크를 내포하고 있다는 점을 시사한다.

앞 절에서 결합생존상태 생명보험의 가치는 가입자 상관성이 증가함에 따라 점점 감소하는 경향을 보였다. <표 4-9>에서 보듯 이러한 경향은 가입자들의 나이 차이가 적은 경우가 많은 경우에 비하여 상관성에 영향을 받는 정도가 컸으며, 가입연령이 높아질수록 그 영향이 더 크게 반영되었다.

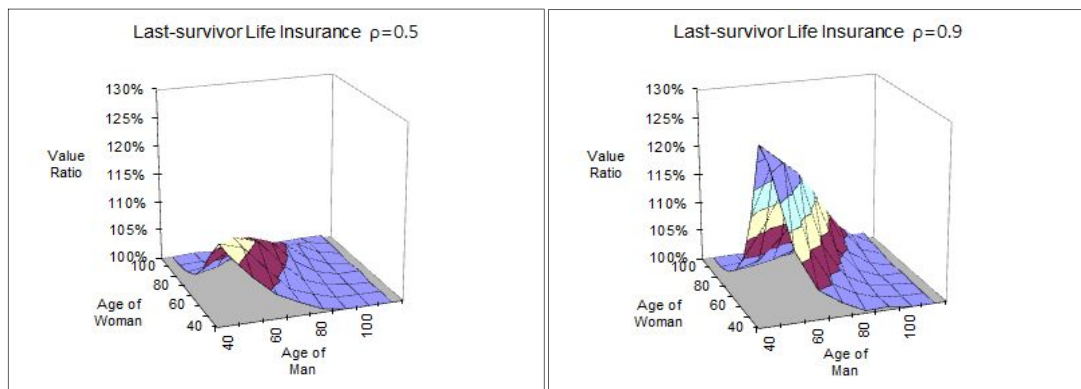


[그림 IV-11] premium of joint-life status's life insurance by multiple-insured's age and degree of correlation

[표 IV-9] premium of life insurance by multiple-insured's age and degree of correlation

$\bar{A}_{xy}(\rho=0.5)/\bar{A}_{xy}(\rho=0)$						$\bar{A}_{xy}(\rho=0.9)/\bar{A}_{xy}(\rho=0)$					
x \ y	40	50	60	70	80	x \ y	40	50	60	70	80
40	94%	94%	97%	99%	100%	40	87%	86%	93%	98%	99%
50	97%	94%	94%	97%	99%	50	95%	88%	87%	95%	99%
60	99%	97%	94%	95%	97%	60	99%	95%	88%	89%	96%
70	100%	99%	97%	95%	96%	70	99%	98%	96%	90%	92%
80	100%	100%	99%	98%	96%	80	100%	100%	99%	96%	92%

또한 최종생존자상태 생명보험의 경우는 반대로 상관성이 커짐에 따라서 보험료가 증가하는 경향을 보였다. <표 4-10>을 보면 가입자들의 나이차이가 적으면 적을 수록 상관성 효과가 점점 커짐을 알 수 있다. 이와 같은 사실은 보험 회사가 보험료 산출에 있어 간과 할 수 없는 사실이다. 왜냐하면 보험에 가입하는 대부분의 소비자들의 나이차이가 상관성의 영향을 받는 나이 차이 범주에 속해있으면서, 현재의 보험료가 실제 받아야할 보험료보다 낮게 책정이 되어있을 가능성을 내포하기 때문이다.



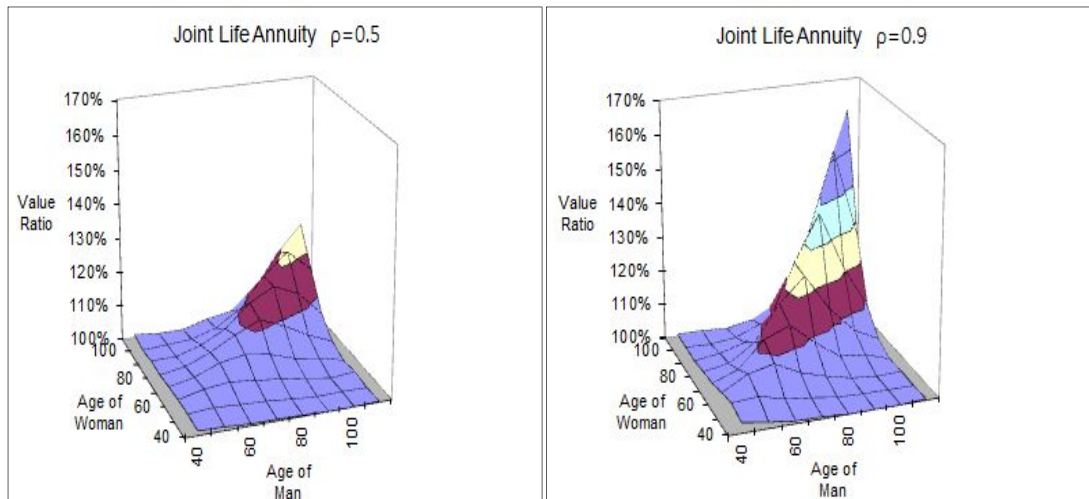
[그림 IV-12] premium of last-survivor status's life insurance by age and degree of correlation

[표 IV-10] premium of last-survivor status's life insurance by age and degree of correlation

$\bar{A}_{xy \rho=0.5} / \bar{A}_{xy \rho=0}$						$\bar{A}_{xy \rho=0.9} / \bar{A}_{xy \rho=0}$					
x \ y	40	50	60	70	80	x \ y	40	50	60	70	80
40	112%	112%	109%	104%	102%	40	127%	128%	115%	107%	103%
50	108%	111%	111%	107%	103%	50	112%	125%	125%	112%	104%
60	104%	107%	110%	109%	105%	60	105%	111%	121%	119%	108%
70	102%	103%	106%	108%	106%	70	102%	104%	109%	116%	113%
80	101%	101%	102%	104%	105%	80	100%	102%	103%	106%	111%

다음으로 연생 생명연금에 대해 산출해 보도록 하자. 첫 번째 사망이 발생할 때까지 매년 1원을 연속 지급하는 결합생존상태(joint-life status) 생명연금의 현재가치를 산출한 결과 결합생존상태(joint-life status)의 생명보험의 가치와는 반대로 상관성의 정도에 따라서 증가하는 경향을 보였다. 이러한 상관성 효과에 대한 영향은 가입자의 나이가 증가함에 따라 더 커졌으며, 반대로 가입자의 나이가 감소하면 상관성 효과가 거의 미미하였다. <표 4-11>을 참고하여 보면 가입자의 연령이 동일하게 40세인 경우 $\rho=0.5$ 일 때 101%에서 $\rho=0.9$ 일 때 103%로 증가하는 반면, 가입자의 연령이 동일하게 80세인 경우에는 같은 상관성의 변화를 봤을 때 112%에서 124%로 더 민감하게 반응하였다. 현실적으로 대부분의 보험 가입의 시기가 90세 이전인 것을 감안하면, 결합생존상태(joint-life status)의 생명연금은 상관성의 영향이 상대적으로 낮다는 것을 의미한다. 이는 앞 절에서 분석한 대로 저연령의 경우 상관성이 존재한다 하더라도 둘 중 한 명이 사망하는 확률 자체가 상대적으로 낮으며, 이러한 경향은 시작 시점부터 보험금을 지급하는 연금의 가치 변화에 끼치는 영향이 줄어드는 것이다.

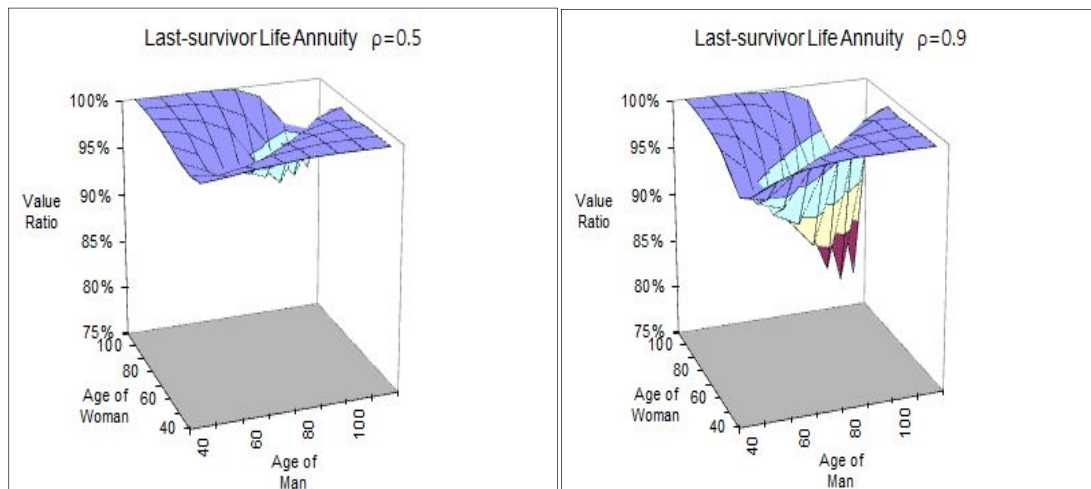
이제까지 가입연령과 상관성에 따른 보험료의 변화를 알아보았다. 이번 절에서 살펴본바와 같이 가입자들의 연령뿐만 아니라 나이 차이도 보험료의 변화에 상당한 영향을 미치는 것도 주목해야 할 부분이다. 따라서 보험회사에서 보험료 산출시 나이 차이에 대한 보험료 조정계수를 산정하여 산출하는 방법도 생각해 볼 수 있다.



[그림 IV-13] premium of joint-life status's life annuity by age difference and degree of correlation

[표 IV-11] premium of joint-life status's life annuity by age difference and degree of correlation

$\bar{a}_{xy(\rho=0.5)} / \bar{a}_{xy(\rho=0)}$						$\bar{a}_{xy(\rho=0.9)} / \bar{a}_{xy(\rho=0)}$					
x \ y	40	50	60	70	80	x \ y	40	50	60	70	80
40	101%	102%	102%	101%	101%	40	103%	104%	103%	102%	101%
50	101%	102%	103%	103%	102%	50	102%	105%	107%	104%	102%
60	101%	102%	104%	106%	105%	60	101%	103%	109%	112%	107%
70	101%	101%	103%	107%	109%	70	101%	102%	105%	115%	117%
80	100%	101%	102%	106%	112%	80	100%	101%	103%	108%	124%



[그림 IV-14] premium of last-survivor status's life annuity
by age difference and degree of correlation

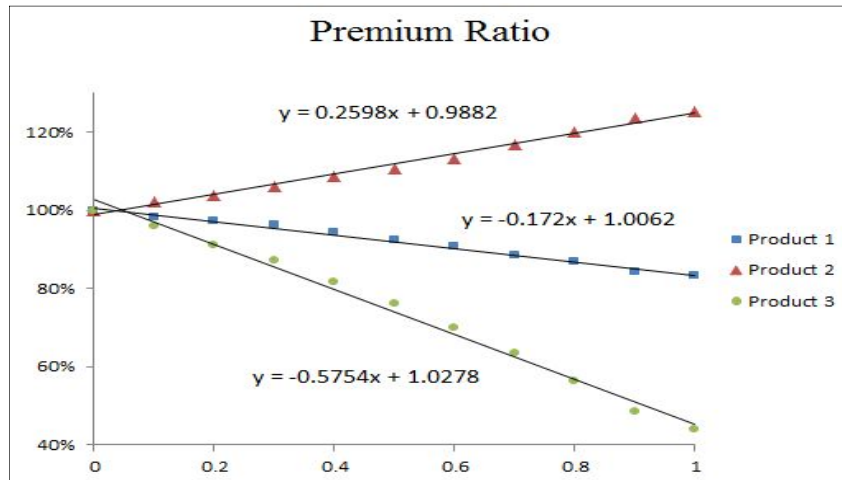
[표 IV-12] premium of last-survivor status's life annuity by age difference and degree of correlation

$\bar{a}_{xy}(\rho=0.5) / \bar{a}_{xy}(\rho=0)$						$\bar{a}_{xy}(\rho=0.9) / \bar{a}_{xy}(\rho=0)$					
x \ y	40	50	60	70	80	x \ y	40	50	60	70	80
40	99%	98%	99%	99%	100%	40	97%	96%	98%	99%	99%
50	99%	98%	97%	98%	99%	50	99%	96%	94%	97%	99%
60	99%	99%	97%	96%	98%	60	99%	98%	93%	92%	96%
70	100%	99%	98%	96%	95%	70	100%	99%	97%	90%	90%
80	100%	100%	99%	97%	94%	80	100%	100%	99%	96%	87%

3. 상품별 상관성에 따른 보험료 변화

이제까지는 연생 생명보험과 연생 생명연금에 대하여 가입 시점에 일시불로 가입자가 보험료를 납입한다는 가정 하에 보험료들을 산출하였다. 이 절에서는 실제 연생 보험에 가입한 가입자들이 납입하게 되는 방식을 고려하여 계약 시점에 일시불로 보험료를 납부하는 방식 대신 보험료를 주기적으로 납입하는 일정 기간을 보험료 납입기간으로 설정하고 보험으로부터 보장의 혜택을 받는 전체 계약기간을 함께 고려하는 방식으로 보험료를 계산해보도록 한다. 보험료 계산에 사용한 가정은 남자 40세, 여자 40세 기준으로 함께 보험에 가입한 것을 가정하며, 이력 0.05를 가정하고 계산하였다. 총 3가지의 간단한 연생 보험 상품에 대하여 보험료 납입 방식을 변형시켜 보험료 산출을 해보았으며, 최종적인 결과는 <그림 4-14>와 <표 4-12>에서 비교해 볼 수 있다.

보험료 산출을 위해 가정한 것은 계약 시점에서 장래에 발생될 수입들의 현재가치와 장래에 발생될 지출들의 현재가치를 동일하게 맞춰준다는 수지상등의 원칙이다. 이때 수입의 경우 매년 동일한 금액의 보험료(평준 보험료)가 보험료 납입기간 동안 계속 유입된다 가정하고, 수지상등의 원칙을 만족시키는 미지수 보험료를 산출하게 된다. 이러한 보험료 산출 방식 하에서 앞으로 간단한 상품을 가정하여 연속적으로 납입되는 연속납 평준 보험료를 산출해보도록 한다.



[그림 IV-15] product premium ratio by degree of correlation of T_x and T_y

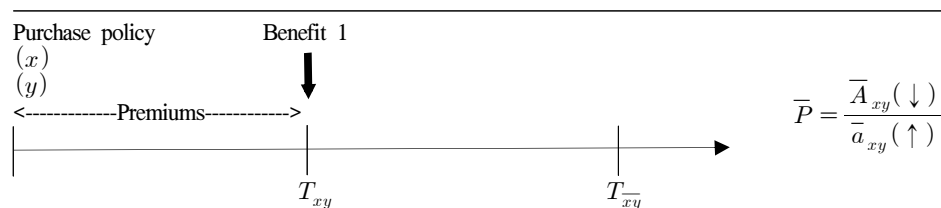
[표 IV-13] premium(P_ρ) and premium ratio($P_\rho/P_{\rho=0}$)

ρ	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
Product 1	0.0113	0.0110	0.0107	0.0103	0.0099	0.0094
Ratio	100%	97%	94%	91%	87%	83%
Product 2	0.0055	0.0057	0.0059	0.0062	0.0066	0.0068
Ratio	100%	104%	109%	113%	120%	125%
Product 3	0.1167	0.1065	0.0953	0.0817	0.0658	0.0513
Ratio	100%	91%	82%	70%	56%	44%

[표 IV-14] linear regression result : product premium ratio vs. coefficient of correlation

Product 1	Coefficient	s.e.	t-test	p-value
Intercept	1.00622	0.003495	287.888	< 0.0001
Slope	-0.17199	0.005908	-29.1111	< 0.0001
Product 2	Coefficient	s.e.	t-test	p-value
Intercept	0.988221	0.00493	200.4602	< 0.0001
Slope	0.259839	0.008333	31.18255	< 0.0001
Product 3	Coefficient	s.e.	t-test	p-value
Intercept	1.027766	0.010411	98.72353	< 0.0001
Slope	-0.57538	0.017597	-32.6973	< 0.0001

상품1은 수입이 첫 번째 사망이 발생하는 시점인 T_{xy} 까지, 즉 두 가입자가 모두 생존해 있는 기간 동안 연속적으로 보험료가 유입되고, 가입자 중 한 명이 사망하면 보험료 납입이 면제된다고 가정하였다. 지출의 경우에는 첫 번째 사망이 발생하는 T_{xy} 시점에 보험금 1원이 발생한다는 가정이며, 이 상품의 현금흐름을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

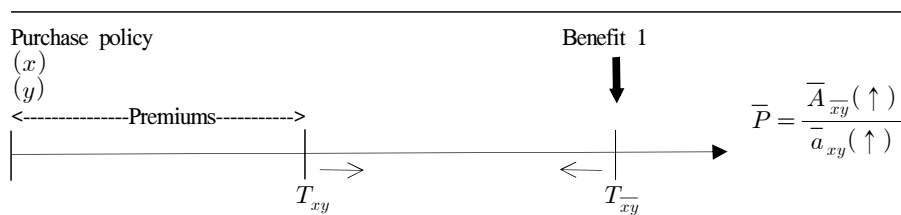


[그림 IV-16] cash flow and premium formula for Product 1

결합생존상태(joint-life status)의 생명보험의 연속납 평균 보험료 $\bar{P}$ 는 T_{xy} 와 T_{xy}^- 의 상관관계가 증가함에 따라 감소함을 알 수 있다. 이러한 이유에 대하여 생각해 보기 위해, 이 상품 보험료 납부기간과 보험금 지급시점이 T_{xy} 의 분포에 의존하고 있는 것에 주목하자. T_{xy} 의 분포는 T_x 와 T_y 간의 상관성이 증가 할수록 가입한 후

단 기간 내에 첫 번째 사망이 발생할 확률은 작아지고, 가입한 후 시간이 경과한 후에 첫 번째 사망이 발생할 확률은 증가하여, 첫 번째 사망이 발생하는 기대시점이 점점 증가했다. 따라서 결합생존상태의 연생 생명보험의 경우 <그림 4-15>의 오른쪽 식을 살펴보면, 분모의 경우 보험료를 납입하는 평균 기간이 길어지므로 그 가치는 증가한다. 그리고 분자의 경우 보험금의 지급 시기도 역시 뒤로 미뤄지게 되므로 먼 미래의 지출에 대한 현재가치는 감소하게 되어 그 가치는 감소하게 된다. 따라서 <표 4-13>의 상품1의 결과를 보면, 가입자 간의 상관성이 증가함으로써 보험료 값이 점차적으로 감소한다. 그리고 이러한 결과가 통계적으로 유의한 지 살펴보기 위하여 상관계수에 따른 상품별 보험료 변화를 회귀분석 하였다. <표 4-14>에서 나타난 것처럼 상품1의 기울기에 대한 t-test값이 통계적으로 유의한 것으로 나왔으며, 이것은 상관계수의 증가에 따른 보험료의 감소는 통계적으로 유의하다고 할 수 있다.

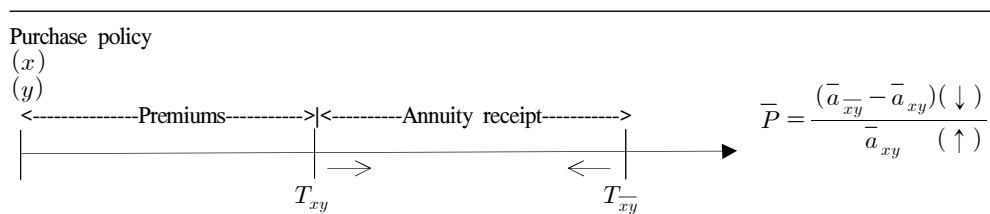
상품2는 첫 번째 사망 시까지 보험료를 납부하고, 두 번째 사망이 발생할 때 보험금 1원을 지급하는 연생 상품이다. 이 상품의 현금 흐름을 살펴보자.



[그림 IV-17] cash flow and premium formula for Product 2

이러한 상품 구조를 가지고 있는 경우 독립의 경우보다 T_x 와 T_y 사이에 상관관계가 커질 때, 보험료가 증가한다. 그 이유는 상품1을 이용해 설명했듯이 가입자 간의 상관성이 증가하게 되면 <그림 4-16>에서 오른쪽 식의 분모 값은 증가하게 된다.

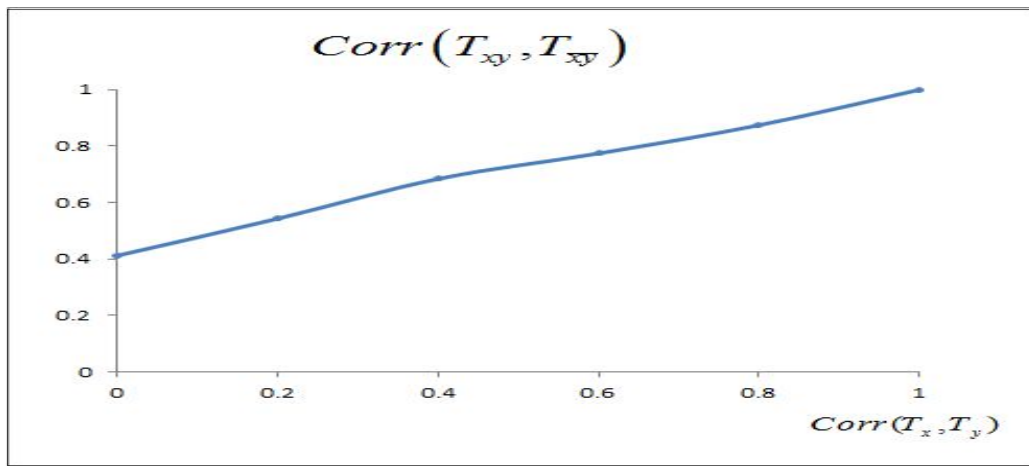
그리고 분자 값은 가입자 간의 상관성이 증가할수록 두 번째 사망 평균 발생 시점이 점점 감소하여 최종생존자상태(last-survivor status)의 생존보험 가치($\bar{A}_{xy}$)는 증가하게 된다. 그러나 분자 $\bar{A}_{xy}$ 의 값이 분모($\bar{a}_{xy}$)부분의 연금이 증가하는 폭보다 훨씬 크게 증가하기 때문에 보험료 자체는 증가하게 되는 것이다. 즉, 상관성이 증가함에 따라서 보험료 납부기간이 길어지는데 반하여 보험금 지급시기가 훨씬 당겨지게 되기 때문에 <표 4-13>의 상품2 결과에서와 같이 보험료의 크기가 증가하게 되는 것이다. 통계적 유의성을 검증하기 위한 회귀분석 결과인 <표 4-14>를 보면, 상품2의 기울기에 대한 t-test값도 역시 통계적으로 유의하다.



[그림 IV-18] cash flow and premium formula for Product 3

상품3은 생명연금을 의미하는데, 보험료를 첫 번째 사망이 발생할 때까지 납입하고, 가입자 중 한 명이 사망하면 연금이 개시되어 마지막 사망이 발생할 때까지 연속적으로 연금을 지급하는 상품이다. 즉, 연금 지급기간은 첫 번째 사망 발생시점인 T_{xy} 로부터 마지막 사망 발생시점인 T_{xy} 까지라고 볼 수 있다. 상품3의 보험료는 T_x 와 T_y 간의 상관성이 증가할수록 보험료가 비약적으로 하락하는 경향을 보이는데, 이것은 연금 지급기간이 T_{xy} 와 T_{xy} 의 상관성에 영향을 받게 되는 사실 때문이다. <그림 4-18>은 3절에서 생성한 난수를 가지고 T_x 와 T_y 의 상관성에 따른 T_{xy} 와 T_{xy} 의 상관성을 나타낸 것이다. T_x 와 T_y 의 상관관계가 증가할 때 T_{xy} 와 T_{xy} 의 상관성

을 나타낸 것이다. T_x 와 T_y 의 상관관계가 증가할 때 T_{xy} 와 T_{xy}^- 의 상관성 역시 증가한다. T_x 와 T_y 가 독립이더라도 T_{xy} 와 T_{xy}^- 는 서로 상관성을 가지고 있는 것을 알 수 있으며, T_x 와 T_y 의 상관성이 증가할수록 T_{xy} 와 T_{xy}^- 의 상관성도 증가한다.



[그림 IV-19] degree of correlation of T_{xy} and T_{xy}^- by degree of correlation of T_x and T_y

이것을 상품3에 적용해보면 가입자 상관성에 따라 연금 개시시점과 종료시점의 차이 역시 종속적으로 변한다. 여기서 주목할 점은 <표 4-13>의 상품3의 결과인 보험료와 독립가정 보험료 대비 비율을 보면, 가입자 상관성이 증가하더라도 생존기간에 대하여 독립가정 보험료 대비 45% 정도까지만 감소하는 경향을 볼 수 있다. 이러한 이유는 T_{xy} 와 T_{xy}^- 의 상관성이 1이라는 의미가 T_{xy} 와 T_{xy}^- 사이에 특정한 함수식이 존재한다는 의미이지 T_{xy} 와 T_{xy}^- 의 값이 차이가 0이라는 것을 의미하는 것이 아니기 때문이다. 따라서 연금 보험료도 점점 줄어들다가 일정 수준에서 멈추게 되는 것이다. 마지막 상품3의 기울기에 대한 t-test값 역시 <표 4-14>를 보면 통계적으로 유의한 것을 알 수 있다.

제5장 결 론

제1절 요약 및 시사점

이미 고령화 사회에 진입한 우리나라의 경우 저출산 추세와 맞물려 인구고령화에 의한 노인 인구의 부양 및 노후 소득 보장이 큰 사회적인 이슈가 되고 있다. 인간의 수명 연장이 보험 상품의 가치 평가에 어떠한 영향을 끼치는 지 확인하고자 본 논문에서는 1997년도부터 2011년도까지의 국민생명표를 LC 모형에 적용하여 장래 사망률 감소 추세를 반영한 사망률을 산출해 보았다. 2장에서는 이렇게 추정된 사망률을 이용하여 다양한 보험 상품들에 내재된 장수리스크를 헷징하기 위하여 보험수리적 현가를 평가하는데 적용해 보았다. 특히 두 명 이상이 함께 가입할 수 있는 연생보험에 끼치는 영향을 분석해 보았다. 추정 사망률을 사용한 결과 연생 생명연금 상품의 보험수리적 현가는 기존 방식에 비해 증가하였으며, 연생 생명보험 상품의 보험수리적 현가는 기존 방식에 비해 감소하였다. 또한 LC 모형으로부터 추정한 사망률을 사용했을 경우가 변동성이 낮음을 확인할 수 있었다.

국민연금의 재정 고갈로 인해 국민연금의 월지급금 역시 감소하는 추세인 현 시점에서 은퇴 후 소득 보장의 한 방법인 주택연금 또한 리스크 관리 차원에서 재정적으로 그 재원의 충분성을 확보하기 위한 지급여력 평가 및 최대대출가능금액과 월지급금의 적정성을 평가 해 볼 필요가 있다. 현행 주택연금에서의 월지급금 산출 방식에는 연생모형이 아닌 국민생명표의 여자 사망률만을 대출 종료 시점의 확률분포로서 사용하고 있는 실정이기 때문에, 주택연금과 같이 대출 종료 시점이 확정되어 있지 않은 상품의 경우엔 특히 더 보험사 또는 보증기관이 감당해야 하는 예측

하지 못한 잠재된 리스크를 고려해야 한다. 그러므로 3장에서는 주택연금의 대출 종료 시점의 확률분포를 위해 연생모형을 사용할 것을 제시하였으며, 더불어 2장에서 살펴본 LC 모형을 이용한 장래 추정 사망률을 이용한 결과 월지급금이 현행 방식의 결과보다 더 큰 금액이 산출되었다. 그러나 요즘과 같이 저금리, 주택가치 하락 추세를 주택연금 가치 평가에 함께 고려한다면 장래 기대금리와 주택가치의 변화가 주택연금의 가치 평가에 끼치는 영향과 본 논문의 결과가 상반된 결과를 얻게 될 가능성도 충분히 있기에 향후 모든 위험요소를 함께 고려한 산출 방법을 연구해 볼 필요가 있다.

2장과 3장에서는 연생보험의 경우 가입자들 간의 생존기간이 독립관계라는 가정을 전제로 진행되었으나, 4장에서는 연생보험의 가입자들 간 생존기간의 상관성 정도에 따라서 보험료를 비교해 보기 위하여 코플라 모형을 이용하였다. 연생보험 가입자들의 상관성을 반영하는 연구에서 코플라는 중요한 요소이며, 특히 가우시안 코플라는 실무에서도 쉽게 이용할 수 있고, 상관계수의 추정도 용이하므로 유용한 접근방법이라 할 수 있다. 현재 가입자들의 상관성에 대한 실증 연구가 미흡한 실정이므로 이에 대한 연구를 진행하여 보험료 산출에 올바르게 적용할 필요가 있으며, 실제 가입자들의 상관성이 시간에 따라 변화할 수 있으므로 이러한 사항을 보험료 산출에 반영하는 방법도 생각해 볼 문제이다. 또한 가입자들의 상관성이 책임 준비금에 미치는 영향에 대한 연구가 필요하며, 본 논문에서 미처 다루지 못한 보험수리적 현가의 변동성에 대한 연구 역시 향후 진행되어야 할 것이다. 그리고 현재 존재하는 여러 코플라의 비교를 통하여 보험료 산출에 적절한 코플라 선정 기준의 마련이 필요하며, 다른 연생 상품인 공적연금 및 주택연금에 코플라를 응용해 보는 것도 의의가 있다.

제2절 향후 연구과제

연구 방법에 따라서 상이한 연구결과들이 나올 수 있기 때문에 연구 방법론으로 어떠한 모형을 사용할 지 정하는 일은 매우 중요하다. 예를 들어 통계청 인구 추계 자료를 이용한 국민연금공단의 국민연금의 기금 고갈 예상 시점은 2060년이나, 다른 연구 결과에서는 그보다 이른 2049년을 고갈 시점으로 예상하고 있다. 두 결과가 다른 것은 국민연금공단의 경우 통계청의 70년대 자료부터 2000년대까지의 사망률 자료를 사용한 반면, 다른 연구에서는 70년대 통계의 신뢰도가 낮다고 보아 80년대부터 2000년대까지의 사망률 자료를 사용하여 수명이 3년 정도 더 길게 나왔기 때문이다. 이와 같이 연구 방법에 따라서 상이한 연구결과들이 나올 수 있기 때문에 우리나라 실정에 적합한 모형과 가정들이 반드시 요구된다. 앞에서 언급한 예와 같이 사회보장적 역할을 하는 공적보험에 대한 장기적인 인구 추계는 국가의 사회보장 재정추계에 큰 영향을 끼칠 수 있는 사안이기 때문에 장수리스크를 고려하기 위한 신뢰성 있는 연구가 반드시 필요하다.

본 논문의 한계점은 기초 자료 수의 부족과 고연령에 대한 사망률을 연장하는데 있어서 좀 더 우리나라의 연령별 사망률 패턴 추이를 잘 설명할 수 있는 모형을 사용하지 못한 점이다. 장래 사망률을 추정하기 위해 과거 데이터를 사용하는데 이때 통계청에서 발표한 1997년 국민생명표의 경우 85세 이상, 1999년의 경우 95세 이상, 2001년 이후부터 100세 이상으로 작성되어 있다. 그러나 장래 기대여명과 그에 따른 공적보험 및 사보험의 재정 불충분성을 검증하기 위해서는 고연령에 대한 사망률이 저연령에 대한 사망률보다 훨씬 더 중요하다. 왜냐하면 보험에 가입하는 사람은 일정한 나이, 예를 들어 20~30대 이상이 가입 대상이며, 종신기간의 보험의 경우에는 가입 후 언제까지 계약이 유지될지가 보험료 및 준비금을 산출하는데 가장 기본 가정이 되므로 생명표 상의 고연령에 대한 사망률을 연장하는 과정이 추가적으

로 필요하다. Baek 등 (2013)은 고연령 사망률을 연장하는 방법으로 Brass의 Logit method와 2-모수 로지스틱 모형을 제시하였고, 2-모수 로지스틱 모형이 우리나라의 과거 사망률을 더 잘 적합시키는 모형이라 주장하였다. 그리고 Thatcher 등 (1998)과 Yi와 Vaupel (2003)은 고펜르츠 함수와 여러 가지 로지스틱 함수들을 적합하여 분석하였는데 두 연구 모두 로지스틱 함수가 일관적으로 가장 좋은 결과를 제공함을 보였다. 특히 Yi와 Vaupel (2003)은 본 논문에서 고연령 사망률을 연장하기 위해 사용한 고펜르츠 함수가 실제 사망률보다 고연령 사망률을 높게 예측하는 경향이 있음을 지적하였다. 따라서 향후 연구에서는 선행연구에서 가장 우수하다고 제시한 2-모수 로지스틱모형을 사용하여 고연령에 대한 사망률을 100세 이상으로 연장시킨 후 장래 사망률 및 인구추계를 위한 모형의 기초 자료로 사용할 것이다.

본 논문에서는 LC 모형을 이용하여 사망률 감소 패턴을 반영하여 장래 사망률을 추정하였다. LC 모형의 단점을 개선시킨 LC 모형의 개선 모형들을 이용한 장래 사망률 예측 연구가 많이 진행되고 있다. 정승환, 김기환 (2011)은 LC 모형의 장단점을 다음과 같이 정리하였다. 장점은 인구학적 모형과 통계적인 시계열 모형이 결합된 모형이라는 점과 예측값에 대한 신뢰구간을 제공한다는 점이다. 그리고 주관적인 판단에 의존하지 않고 장기간의 사망률 추세를 이용하여 예측 가능하고 비교적 만족스러운 장기 예측값을 제공하며, 현재 사망률 예측을 위해 가장 널리 사용되고 있는 모형이라고 하였다. 반면에 단점으로는 연령별 사망률 구조가 시간과 관계없이 일정하게 유지되는 것으로 가정한다는 점과 새로운 추계를 시작하는 연도의 자료(jump-off year data)에 대한 적합력이 부족하다는 점을 들었다. 이러한 LC 모형의 단점을 개선하고자 선행연구들에서는 LC 모형과 다양한 모형들을 이용한 결과들을 비교분석한 연구가 진행되고 있다.

LC 모형의 개선 모형으로 LM 모형, BMS 모형, HU 모형 등이 있다. Lee-Miller 모형(LM 모형)은 Lee, Miller (2001)이 제안하였고, LC 모형보다 시간의 변화를 더 잘 반영하는 $k(t)$ 를 추정하도록 함과 동시에 추계를 시작하는 연도의 자

료에서 발생하는 편의의 제거를 목적으로 하는 모형이다. Booth 등 (2002)이 제안한 Booth-Maindonald-Smith 모형(BSM 모형)은 $k(t)$ 의 적합과정에서 총사망자수로 조정하지 않고 연령별 사망자수로 조정하였고, 모형적합을 위해 사용되는 자료의 기간을 적합도 통계량을 이용하여 결정하도록 하는 모형이다. 그리고 Hyndman, Ullah (2007)는 함수적 자료분석, 비모수 평활기법을 이용한 원자료의 평활을 포함하고 있는 모형이다. 정승환, 김기환 (2011)은 위에서 언급한 LC 모형의 3가지 개선 모형과 LC 모형, 그리고 사망확률 패턴을 8가지 모수로 분해하여 설명하는 Heligman, Pollard (1980)이 제안한 HP8 모형 이렇게 5가지 모형을 이용하여 예측평균여명을 작성하였다. 그 결과 LC 모형과 LC 모형의 개선 모형을 사용한 것 보다 HP8 모형으로 예측한 평균여명이 더 적절함을 보였다. Booth 등 (2006)은 앞에서 언급한 3가지 LC 모형의 개선 모형들에 추가적으로 De Jong, Tickle (2006)의 De Jong-Tickle LC 모형(DJT 모형)을 이용하여 5가지 모형에 의한 로그 사망확률과 평균여명의 값의 예측 정확도를 비교 분석하였다. 그 결과 LC 모형의 개선 모형들이 LC 모형보다 로그 사망확률을 좀 더 정확하게 예측하지만, 평균여명의 값에 대한 예측 정확도는 5가지 모형들 간에 큰 차이가 없음을 보였다. 선행연구에서 알 수 있듯이 현재 LC 모형 이외에도 다양한 모형을 장래 사망률을 예측하기 위해 사용하고 있는 실정이다. 따라서 향후 연구에서는 선행연구에서 사용하였던 LC 모형의 개선 모형들을 이용하여 장래 사망률을 예측해보고, 우리나라의 인구 구조 특성에 더 적합한 모형을 찾도록 하겠다. 앞으로 고령화 현상은 사회경제 전반에 심각한 문제를 야기시킬 것이므로 공적연금과 개인연금에 대한 연금수급자의 급격한 증가 및 평균여명의 상승으로 인한 연금 지급 기간의 증가를 정확하게 예측하고 그러한 장수리스크를 헷징하기 위한 수단으로 우선 우리나라의 평균 수명을 예측할 수 있는 최적의 모형에 대한 연구가 선행되어야만하다.

본 논문에서는 연생모형과 연생보험을 소개하고, 부부의 생존기간에 대한 결합 분포함수를 구하기 위해 코폴라 모형을 사용하였다. 선행연구를 살펴보면 Frees 등

(1996)은 실제 보험회사의 연생보험 자료를 이용하여 코풀라 모형의 모수를 MLE 방법으로 추정하고, 함께 가입한 가입자들 간의 생존기간이 종속관계라 가정했을 때와 독립관계라 가정했을 때의 연금의 보험료를 각각 구하여 비교 분석하였다. 그리고 Shemyakin, Youn (2001)은 Frees 등 (1996)이 코풀라 모형의 모수 추정 시 MLE 방법을 사용한 것과 다르게 베이시안 추정(Bayesian estimation) 방법을 이용하였다. 또한 Luciano 등 (2008)은 Frees 등 (1996)이 사용한 데이터를 이용하여 Bayesian 방법에 근거한 정보기준으로 Clayton, Gumbel-Hougaard, Frank 등의 Archimedean copulas 중 적합한 코풀라를 선택하였고, 그들의 최근 연구에서는 연생 보험 상품의 보험료 및 준비금을 산출하기 위해 세대별로 다른 코풀라 모형과 그에 따른 모수들을 사용해야 한다고 주장하였다.

코풀라를 이용하는 경우 기댓값 공식의 유도가 어렵기 때문에 본 논문에서는 그 대안으로 상관성이 있는 두 확률변수의 난수를 만들어서 시뮬레이션을 통해 기댓값, 즉 보험료를 산출하였다. 그리고 코풀라 모형 중 가우시안 코풀라를 사용한 이유는 임의의 공분산 행렬을 다룰 수 있고, 모수 ρ 가 두 변수들 간에 상관성을 나타내는 상관계수와 해석이 일치하는 편리성이 있다는 점 등이 장점이기에 사용하였다. 그러나, ρ 의 값이 음의 값을 가질 수도 있기 때문에 공통적인 생활방식 등을 공유하는 가입자들의 생존기간 간에 양의 상관성을 고려하고자 하는 연생 모형 연구에서는 적절하지 않은 결과를 얻을 수도 있다. 따라서 향후에는 본 논문의 마지막 장인 4장의 2절에서 소개한 국민연금의 유족연금의 데이터들을 이용하여 선행연구에서 진행한 연구 방법과 같이 실제 데이터에 적합한 코풀라 모형을 선정하는 기준을 마련하고, 가장 적합한 모형을 선택해보도록 할 것이다. 그런 후 현재 실무에서 사용하는 방식대로 독립가정 하에서 보험료 및 준비금을 산출해보고, 그 크기와 코풀라 함수를 이용하여 계산한 값들을 비교하여 재정적으로 충분성과 건전성을 확보하기 위해 보험회사 또는 정부가 적립해야 하는 최소 금액의 범위를 제시할 수 있도록 하겠다. 더불어 LC 모형 또는 다른 개선 모형들을 이용하여 장래 사망률을 예

측한 뒤 그 사망률을 모수적 모형(parametric models), 또는 비모수적 모형(non-parametric models)으로 적합한 주변분포함수에 다양한 코폴라 함수들을 이용하여 가입자들의 생존기간 간에 상관성을 반영한 결합분포함수를 만들도록 한다. 그렇게 된다면 장수리스크와 함께 가입자들의 생존기간 간에 상관성을 함께 고려한 보험료 및 준비금 산출 방법을 제시할 수 있을 것이다.

참고문헌

- 강중철, 이도수, 성주호 (2006). “장수리스크를 고려한 사망률 추정방법에 관한 연구”, 한국리스크관리학회, 17(1), 153-178.
- 김갑태 (2006). “공적보증 역모기지 채리모형의 이해”, 한국주택금융공사, 주택금융월보, 6, 20-35.
- 김갑태 (2007). “주택연금제도의 정착을 위한 향후 연구방향”, 한국주택금융공사, 주택금융월보, 6, 14-30.
- 김석영, 최원, 성주호 (2007). “개인종신연금보험의 장수리스크 분석 및 대응방안”, 보험학회지, 76, 31-59.
- 김정주 (2008). “미국 공적보증 역모기지(HECM) 모형의 이해”, 한국주택금융공사, 주택금융월보, 2, 21-38.
- 김정주 (2012). “주택역저당대출제도의 경제적 가치 추정에 관한 연구”, 서울시 연구, 13(1), 77-98.
- 마승렬 (2007). “주택연금 대출종료확률에 관한 연구”, 한국주택금융공사, 주택금융월보, 2(b), 19-35.
- 마승렬 (2011). “즉시연금과 역모기지(주택연금, 농지연금)의 수익비 비교”, 한국리스크관리학회, 리스크 관리연구, 22(2), 3-39.
- 마승렬, 신종욱 (2009). “사망률과 조기상환율의 변화가 주택연금의 보증리스크에 미치는 영향”, 주택연구, 17(4), 5-32.
- 마승렬, 조덕호 (2007). “한국주택시장에서의 새로운 역모기지연금 지급방법 구축”, 대한국토도시계획학회, 42(3), 273-290.
- 백혜연, 노주희, 이항석 (2013). “Lee-Carter 모형에서 사망률 추정과 보험수리적 현가 분석”, 한국자료분석학회, 15(3B), 1553-1572.

- 백혜연, 이선주, 이항석 (2013). “연생모형을 이용한 역모기지의 분석”, 한국통계학회, 응용통계연구, 26(3), 531-547.
- 백혜연, 이항석 (2014). “연생모형과 Lee-Carter 모형을 이용한 역모기지의 분석”, 한국통계학회, 응용통계연구.
- 백혜연, 한정림, 이항석 (2014). “국민연금 유족연금의 데이터를 이용한 부부의 생존기간 상관분석”, 한국데이터정보과학회지.
- 성주호 (2010). “종신연금과 종신보험의 사망 리스크 헤징 포트폴리오 전략에 관한 연구”, 보험금융연구, 21(2), 3-36.
- 성주호, 김상만 (2007). “생존리스크와 사망리스크 헤징을 위한 상품운용전략에 관한 연구”, 보험학회지, 78, 197-217.
- 성주호, 김양균 (2006). “퇴직연금사망률 산출체계 개선에 관한 연구”, 보험학회지, 73, 77-100.
- 성주호, 김준석 (2005). “생명보험회사의 역모기지론 운용리스크 분석”, 보험개발연구, 16(1), 3-32.
- 송문섭, 허문열 (2002). “수리통계학”, 박영사.
- 신경혜 (2006). “국민연금 장애 및 유족연금 수급자 추계모형”, 국민연금연구센터, 연구보고서.
- 이삭, 백혜연, 이항석 (2013). “코폴라를 이용한 연생보험의 분석”, 한국자료분석학회, 15(4B), 1933-1954.
- 이우주, 안재운 (2013). “다차원 캔달의 타우의 통계학적 응용과 그의 해석”, 한국통계학회, 응용통계연구, 26(3), 495-509.
- 이항석 (2008). “소수연령 독립 가정에서 탈퇴율의 성질”, 한국통계학회, 응용통계연구, 21(6), 1045-1063.
- 장준욱, 엄영호, 김계홍 (2011). “주택연금 보증료와 월지급금에 대한 연구: 이자율 위험과 장수위험 모형의 적용”, 보험학회지, 89, 1-39.

- 정승환, 김기환 (2011). “평균수명을 이용한 사망률 예측모형 비교연구”, *응용통계연구*, 24(1), 115-125.
- 최창희, 이항석, 주효찬 (2013). “코폴라를 이용한 강수의 패턴 분석과 강수 보험의 가격 결정”, *한국데이터정보과학회지*, 24(3), 603-623.
- 홍연웅, 이재만, 차영준 (1997). “한국인의 경험생명표 작성 및 통계적 해석”, *한국데이터정보과학회지*, 8(2), 153-161.
- AARP(The American Association of Retired Person) (2005). *Home Made Money: A Consumer's Guide to Reverse Mortgages*.
- Antolin, P. (2007). “Longevity Risk and Private Pensions”, *OECD Working Papers on Insurance and Private Pensions*, *OECD Publishing*, 3.
- Baek, J. S., Lee, J., Jeong, M. O., Kim, S. and Oh, Y. K. (2013). “Evaluation of Korean Mortality Forecasting Models”, *27th IUSSP International Population Conference*.
- Ballman, T. E. (2004). *The Reverse Mortgage Hand Book: A Consumer's Guide for Senior Homeowners*, Jawbone Pub.
- Booth, H., Maindonald, J. and Smith, L. (2002). “Applying Lee-Carter under Conditions of Variable Mortality Decline”, *Population Studies*, 56, 325-336.
- Booth, H., Hyndman, R. J., Tickle, L. and De Jong, P. (2006). “Lee-Carter Mortality Forecasting: A Multi-country Comparison of Variants and Extensions”, *Demographic Research*, 15, 289-310.
- Booth, H. and Tickle, L. (2008). “Mortality Modelling and Forecasting: a Review of Methods”, *Annals of Actuarial Science*, 3(1-2), 3-43.
- Bowers, N. L., Hickman, J. C., Gerber, H. U., Nesbitt, C. J., and Jones, D. A. (1997). *Actuarial Mathematics*, 2nd Edition, Society of Actuaries.

- Brouhns, N., Denuit, M. and Vermunt, J. K. (2002). "A Poisson Log-bilinear Regression Approach to The Construction of Projected Life Tables", *Insurance: Mathematics and Economics*, 31, 373-393.
- Carriere, J. F. (1994). "An Investigation of the Gompertz Law of Mortality", *Actuarial Research Clearing House*, 2, 161-177.
- Chapra, S. (2008). *Applied Numerical Methods with MATLAB for Engineers and Scientists*, 3rd Edition, McGraw-Hill.
- Cherubini, U., Luciano, E. and Vecchiato, W. (2004). "Copula Methods in Finance", John Wiley & Sons.
- Cox, S. H. and Lin, Y. (2007). "Natural Hedging of Life and Annuity Mortality Risks", *North American Actuarial Journal*, 11(3), 1-15.
- De Jong P., Tickle L. (2006). "Extending Lee-Carter Mortality Forecasting", *Mathematical Population Studies*, 13(1), 1-18.
- Dickson, D. C. M., Hardy, M. R and Waters, H. R. (2013). *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*, 2nd Edition, Cambridge University Press.
- Frees, E. W., Carriere, J. and Valdez, E. (1996). "Annuity Valuation with Dependent Mortality", *The Journal of Risk and Insurance*, 63(2), 229-261.
- Frees, E. W. and Valdez, E. A. (1998). "Understanding Relationships Using Copulas", *North American Actuarial Journal*, 2(1), 1-25.
- Genest, C. and MacKay, J. (1986). "The Joy of Copulas: Bivariate Distributions with Uniform Marginals", *American Statistician*, 40(4), 280-283.
- Guo, L. (2005). "The Effects of Advanced Age Mortality Improvement on the Valuation of Variable Annuities with Guaranteed Death Benefit", *Living to 100 and Beyond Symposium Sponsored by the Society of Actuaries*, 1-21.
- Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.

- Heligman, L. and Pollard, J. H. (1980). "The Age Pattern of Mortality", *Journal of the Institute of Actuaries*, 107, 49-77.
- Hyndman, R. J. and Ullah, M. S. (2007). "Robust Forecasting of Mortality and Fertility Rate: A Functional Data Approach", *Computational Statistics & Data Analysis*, 51, 4942-4956.
- Huang, H., Wang, C. and Miao, Y. (2011). "Securitisation of Crossover Risk in Reverse Mortgages", *The Geneva Papers*, 36, 622-647.
- Ji, M., Hardy, M. and Li, J. S. (2011). "Markovian Approaches to Joint-Life Mortality", *North American Actuarial Journal*, 15(3), 357-376.
- Klugman, S., Panjer, H. H. and Willmot, G. E. (2012). *Loss Models: From Data to Decisions*, 4th Edition, John Wiley & Sons.
- Lee, R. D. (2000). "The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications", *North American Actuarial Journal*, 4(1), 80-91.
- Lee, R. D. and Carter, L. R. (1992). "Modeling and Forecasting U. S. Mortality", *Journal of the American Statistical Association*, 87(419), 659-671.
- Lee, R. D. and Miller, T. (2001). "Evaluating the Performance of Lee-Carter Method for Forecasting Mortality", *Demography*, 38(4), 537-549.
- Li, D. X. (2000). "On Default Correlation: A Copula Function Approach", *Journal of Fixed Income*, 9(4), 43-54.
- Luciano, E., Spreeuw, J. and Vigna, E. (2008). "Modelling Stochastic Mortality for Dependent Lives", *Insurance: Mathematics and Economics*, 43, 234-244.
- Ma, S. and Deng, Y. (2013). "Evaluation of Reverse Mortgage Programs in Korea", *NUS-Institute of Real Estate Studies Working Papers*, IRES2011-027.
- Matvejevs, A. and Matvejevs, A. (2001). "Insurance Models for Joint Life and

- Last Survivor Benefits", *Informatica*, 12(4), 547-558.
- McCrary, R. T. (1986). "Mortality Risk in Life Annuities", *Transactions of Society of Actuaries*, 36, 309-349.
- Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copulas*, 2nd Edition, Springer.
- Rodda, D. T., Herbert, C., and Lam, H. (2000). "Evaluation Report of FHA's Home Equity Conversion Mortgage Insurance Demonstration: Final Report", *U.S. Department of Housing and Urban Development*.
- Sklar, A. (1959). "Fonctions de Répartition à n Dimensions et Leurs Marges", *Publications de l'Institut de Statistique de L'Université de Paris*, 8, 229 - 231.
- Sklar, A. (1973). "Random Variables, Joint Distribution Functions and Copulas", *Kybernetika*, 9(6), 449-460.
- Szymanoski, E. J. (1994). "Risk and the Home Equity Conversion Mortgage", *Journal of The American Real Estate and Urban Economics Association*, 22(2), 347-366.
- Thatcher, A., Kannisto, V. and Vaupel, J. (1998). "The Forece of Mortality at Ages 80 to 120", *Odense Monographs on Population Aging*, Odense University Press, Odense.
- Wang, J. L., Huang, H. C., Yang, S. S. and Tsai, J. T. (2010). "An Optimal Product Mix for Hedging Longevity Risk in Life Insurance Companies: The Immunization Theory Approach", *Journal of Risk and Insurance*, 77(2), 473-497.
- Wang, S. S. (1999). "Discussion of "Understanding Relationships Using Copulas", *North American Actuarial Journal*, 3(1), 137-142.
- Willmot, G. E. (1997). "Statistical Independence and Fractional Age Assumptions", *North American Actuarial Journal*, 1(1), 84-90.

- Yi, Z. and Vaupel, J. W. (2003). "Oldest-Old Mortality in China", *Demographic Research*, 8(7), 215-244.
- Youn, H. and Shemyakin A. (1999). "Statistical Aspects of Joint Life Insurance Pricing", *Proceedings of the Business and Statistics Section of the American Statistical Association*, 34-38.
- Youn, H. and Shemyakin A. (2001). "Pricing Practices for Joint Last Survivor Insurance", *Actuarial Research Clearing House*, 1(2), 3-14.
- Youn, H., Shemyakin A. and Herman, E. (2002). "A Re-examination of the Joint Mortality Functions", *North American Actuarial Journal*, 6(1), 166-170.

ABSTRACT

Mortality Risk and Dependency in Private Annuities, Public Pension Plans and Reverse Mortgages

Baek, HyeYoun

Mathematics

Sungkyunkwan University

Insurance companies have sold lots of deferred annuities to insurance customers for their retirement life. However, insurance companies are recently facing mortality risk due to lower mortality trend. Actuaries usually calculate premiums based on experience life table. If realized future mortality rates are lower than the estimated mortality rates, the insurance companies may get financially distressed. Therefore, this study discusses Lee-Carter model for mortality trend and calculates premiums based on life table using the model. In order to assess the impact of mortality risk on life insurance products, the study examines two different approaches that are adopting the current mortality table and using projected mortality applying Lee-Carter model. In conclusion, we emphasize that insurance companies set up the pricing process using the projected mortality which includes a forecast of the future trends in mortality against the mortality risks.

Multiple life models are useful in multiple life insurance and multiple life annuities when the payment times of benefits in these insurance products are

contingent on the future life times of at least two people. A reverse mortgage is an annuity whose monthly payments terminate at the death time of the last survivor; however, actuaries have used female life table to calculate monthly payments of a reverse mortgage. This approach may overestimate monthly payments. This paper suggests a last-survivor life table rather than a female life table to avoid the overestimation of monthly payments. Next, this paper derives the distribution of the future life time of last survivor, and calculates the expected life times of male, female and last survivor. This study calculates principal limits and monthly payments in cases of male life table, female life table and last-survivor life table, respectively.

Life times of couple insureds can be thought as correlated random variables. To calculate the premiums of these insurance products, joint survival function is needed because the probability of the time of benefit plays a important role in determining insurance premiums. Although there exists a correlation between insured people, actuaries calculate the premium assuming that the insured people's lifetimes are independent. In this study, Gaussian copula is used to reflect the correlation of the future life times. Using a Gaussian copula, this study calculates the premiums of the multiple life insurance products under the dependency assumption. Premiums based on assumption of dependent lifetimes are quite different from those based on independence assumption as its correlation is high. In this study, we shows that it is more rational to consider the dependency of life times so as to calculate the premiums of multiple life products.

Keywords : Lee-Carter model, mortality risk, multiple life insurance, copula, correlation.